



Gyldighed af antagelsen om gaussisk turbulens

Nielsen, M.; Hansen, K.S.; Juul Pedersen, B.

Publication date:
2000

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Nielsen, M., Hansen, K. S., & Juul Pedersen, B. (2000). *Gyldighed af antagelsen om gaussisk turbulens*. Denmark. Forskningscenter Risoe. Risoe-R No. 1195(DA)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Gyldighed af Antagelsen om Gaussisk Turbulens

Morten Nielsen, Kurt S Hansen, Bo Juul Pedersen

Abstract Vindmøller designes til at modstå virkningen af den turbulente vind, og i den forbindelse plejer man, at antage at hastighedens sandsynlighed er normalfordelt. Det synes, på baggrund af et stort antal målinger fra flere lokaliteter, at være en rimelig antagelse i fladt homogent terræn, men der findes tilfælde, typisk i bjergområder, hvor antagelsen om Gaussisk turbulens virker mere tvivlsom. Her har vindhastigheden ofte en skæv fordeling, hvor vindhuller er hyppigere end vindstød. For at simulere sådanne vindpåvirkninger, er der udviklet og implementeret en numerisk metode til at simulere kunstig turbulens. Metoden kan simulere samtidige tidsserier med en sandsynlighedsfordeling, der ikke nødvendigvis er Gaussisk, uden at forvrænge spektral-fordelingen eller den rumlig kohærens. De simulerede tidsserier blev siden brugt som input til lastsimuleringsprogrammet Vestas Turbine Simulator (VTS). Herved kunne vi simulere dynamisk respons af systemer udsat henholdsvis for Gaussisk turbulens og turbulens med ekstreme men realistiske ikke-Gaussiske sandsynlighedsfordelinger. Visse udmattelseslaster på møller med aktiv pitch regulering steg op til 15% i forhold til lasterne for ren Gaussisk turbulens. Hertil skal dog siges at den uheldige virkning afhænger af det dynamiske system, og det er tænkeligt at møllernes reguleringssystem kunne optimeres efter de lokale turbulensforhold.

Dette arbejde er udført af Danmarks Tekniske Universitet,
Vestas Wind Systems A/S og Forskningscenter Risø med
støtte fra Energistyrrelsen EFP-98/Vind.
Kontrakt Nr.: ENS-1363/97-0032

ISBN 87-550-2720-2; 87-550-2721-0(Internet)
ISSN 0106-2840

Afdelingen for Informationsservice, Risø, 2000

Indhold

1 Indledning 5

- 1.1 Projektets arbejdsform 5
- 1.2 Databasen og dens muligheder 6
- 1.3 Eksempler på statistiske fordelinger 6
- 1.4 Mulige konsekvenser 9

2 Målinger 10

- 2.1 Baggrundsviden 10
- 2.2 Statistik fra databasen. 13
- 2.3 Eksempler på skæve tidsserier 20
- 2.4 Korrelation til terræn type 21
- 2.5 Delkonklusion 22

3 Simulering af turbulens 23

- 3.1 Introduktion til Fourier simulering 23
- 3.2 Sandsynlighedsmodeller 24
- 3.3 Simulering af Gaussisk turbulens 25
- 3.4 Simulering af ikke-Gaussisk turbulens 27
- 3.5 Alternative metoder 30
- 3.6 Eksempler på simulering med iGSIM 31
- 3.7 Delkonklusion 33

4 Fatigue laster 34

- 4.1 Introduktion 34
- 4.2 1-DOF lineært system 35
- 4.3 Laster for pitch reguleret mølle 40
- 4.4 Delkonklusion 42

5 Konklusion 42

- 5.1 Hovedkonklusioner 42
- 5.2 Resultater 42
- 5.3 Perspektiver 43

Tak 44

Referencer 44

A Sandsynlighedsfordeling 46

B Usikkerhed på skævhed og kurtosis 48

C PDF modeller 50

D Fouriersimulering 54

E Den valgte simulations metode 55

F Udmattelses-laster ved Gaussisk og ikke-Gaussisk turbulens 58

G Statistik i databasen 59

H Notation 61

1 Indledning

Vindmølledesign må tage hensyn til tilfældige påvirkninger fra vinden. Den forventede levetid afhænger både af den værste storm, man kan forestille sig, og den langsomt nedbrydende effekt af talrige kraftige vindstød. Vindstødene er en del af turbulensen og optræder også ved moderate vindhastigheder, hvor møllen endnu ikke er bremsat. Den forventede virkning af de mange vindstød vurderes ud fra statistiske metoder. Her er standardmodellen tydeligvis at betragte turbulensen som Gaussisk. Det er i nogenlunde overensstemmelse med virkeligheden og desuden en bekvem antagelse - både i forbindelse med teoretiske overvejelser og når man ønsker at simulere påvirkningerne numerisk.

Men er det nu helt korrekt at antage Gaussisk turbulens? De hårdeste vindstød vil alt andet lige betyde mest for konstruktionens udmattelse, og man kunne godt forestille sig at tilsyneladende harmløse afvigelser i halerne af turbulensens sandsynlighedsfordeling kunne have en mærkbar effekt. Et andet vigtigt forhold er, at den almindelige viden om atmosfærisk turbulens hovedsageligt er bygget op omkring feltmålinger udført under idealiserede forhold i flat terræn. Når man placerer en vindmølle, er man derimod tilbøjelig til at opsøge steder, hvor terrænet forstærker vindhastigheden og kan forventes at forvrænge turbulensen.

Spørgsmålet om gyldigheden af antagelsen af Gaussisk turbulens må vurderes i den rette sammenhæng. Det, der interesserer os, er udmattelsen af en vindmølle, som er en stor konstruktion i forhold til turbulensens rumlige korrelation. På grund af den delvise rumlige dekorrelation forventes integrerede laster, fx momenter ved vingerod, at blive mere Gaussiske end punktlaster. Møllens svingningers afhænger både af de aerodynamiske kræfter og konstruktionens egensvingninger. Desuden kan møller med aktiv regulering til en vis grad nå at reagere på turbulensen, måske endda på en uhensigtsmæssig måde. Problemstillingen kan altså hurtigt blive ret kompleks, så det er svært at besvare spørgsmålet om gyldighed af antagelsen af Gaussisk turbulens med et entydigt ja eller nej. Det er bedre at undersøge nogle praktiske eksempler.

1.1 Projektets arbejdsform

Projektet har arbejdet på tre fronter:

1. For det første har vi analyseret en stor mængde målte tidsserier og kortlagt i hvor høj grad turbulensen afviger fra den Gaussiske model. Målingerne stammer fra mange lokaliteter og repræsenterer bjergegne, lavland, kystområder og hav (kapitel 2).
2. På baggrund af et litteraturstudie har vi udviklet og implementeret en algoritme til at simulere ikke-Gaussisk turbulens (kapitel 3).
3. Kunstig turbulens blev brugt til at simulere dynamisk respons af udvalgte konstruktioner. Vi har desuden studeret et idealiseret system med en enkelt frihedsgrad (kapitel 4).

1.2 Databasen og dens muligheder

Adgangen til data er lettet ved at samle målinger fra en lang række forskellige lokaliteter rundt omkring i Europa. Denne database, blev opbygget gennem perioden 1996 – 1998 (Hansen og Courtney, 1999). Den primære målgruppe er forskerne indenfor vindenergi samt møllefabrikanter. Databasen udbygges og vedligeholdes stadigvæk gennem et IEA samarbejde, foreløbigt indtil juni 2001.

Det primære formål med databasen er at organisere data fra de mange timers gamle og nye meteorologiske feltmålinger. De oprindelige data forelå i private formater, som kun enkelte måleingeniører havde kendskab til. Databasen blev skabt ved at konvertere disse tidsserier til et fælles format, ved at sikre at kvaliteten var i orden og ved at gøre data søgbare gennem et indeks. Indekseringen omfatter statistiske parametre som fx middelværdi, turbulens intensitet, tredje og fjerde ordens moment samt ekstremværdier af vindstød, retningsændringer, grader m.m. Tidsserierne og de indekserede værdier kan anvendes til at analysere vindens opførsel under brugerdefinerede forhold, fx vindstød under en given atmosfærisk stabilitet.

På nuværende tidspunkt er 29 forskellige lokaliteter repræsenteret i databasen, og de bidrager tilsammen med mere end 50.000 timers målinger. Størsteparten af tidsserierne er målt med kopanemometre, men der findes også mange tidsserier målt med 3-aksede ultralydsanemometre.

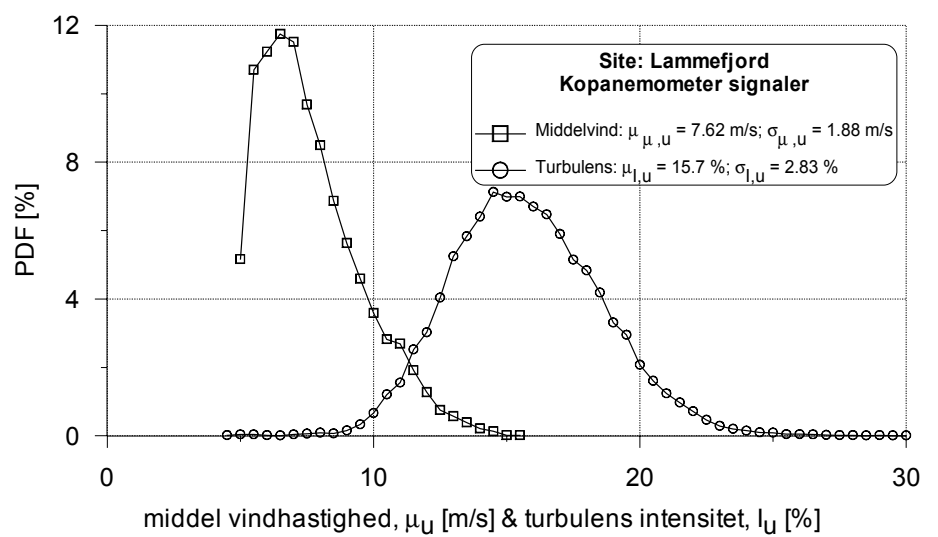
Databasen er tilgængelig på Internet adressen <http://www.winddata.com/>. Her findes flere oplysninger om databasens struktur og de enkelte målinger. Der er adgang til søgning og resultatet vises grafisk. Hjemtagning af de tidsserier kan foretages af registrerede brugere. Registrering er gratis for danske firmaer og personer og kræver blot udfyldelse af en enkelt formular.

1.3 Eksempler på statistiske fordelinger

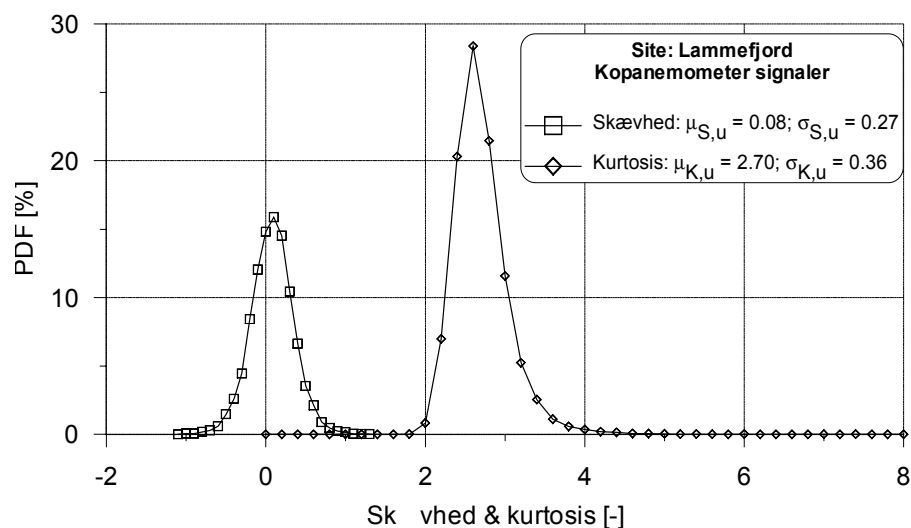
For at illustrere de typiske vindforhold vil vi først betragte observationer fra Lammefjorden (Courtney 1987). Dette terræn er fladt og kan beskrives med ensartet overfladeruhed langt opstrøms i alle retninger. De udvalgte målinger blev foretaget med 10 kop-anemometre fordelt på 4 master. Der er tale om ca. 15.000 tidsserier af 10 minutters varighed, opsamlet over ca. 300 timer. Målefrekvensen var 5 Hz, og vindhastigheden lå i intervallet 5-16 m/s, idet vi fravælger de laveste vindhastigheder. I analysen vil vi udnytte de forud beregnede statistiske størrelse, se listen i Appendiks G.

For at skabe overblik vises fordelingen af 10-minutters statistikker. Figur 1.3-1 viser således sandsynlighedsfordelingerne af middelhastighed og turbulens intensitet i de enkelte observationsperioder. Den indsatte tabel viser middelværdi og spredning af disse.

Figur 1.3-2 viser tilsvarende fordelinger af skævhed og kurtosis i de enkelte observationsperioder. Hertil kan bemærkes at skævhed og kurtosis for et rent Gaussisk signal ville ligge på henholdsvis $S=0$ og $K=3$. Der er stor variation, men det betyder ikke nødvendigvis at processen ikke er Gaussisk. Variationen kan lige så godt skyldes de naturlige tilfældigheder, der opstår når observationsperioden kun er 10 minutter, se appendiks B.



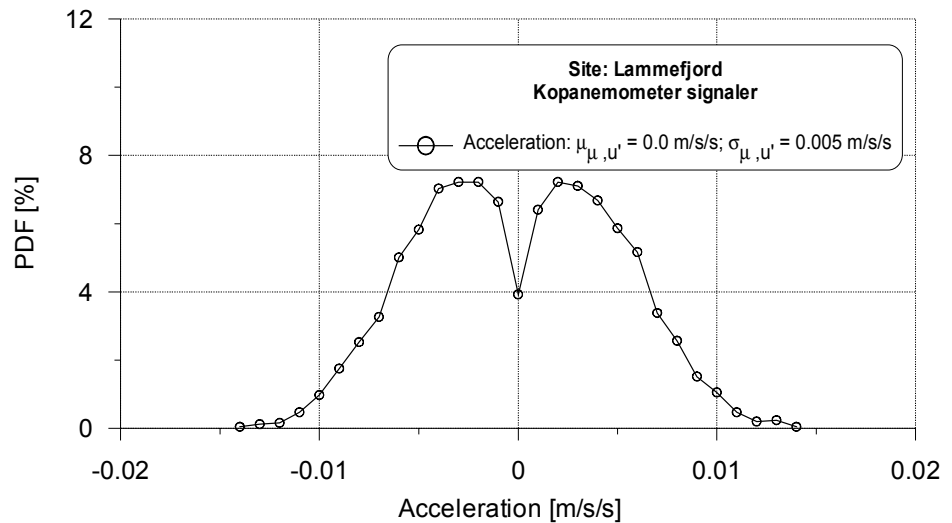
Figur 1.3-1: Fordeling af middelvindhastighed og turbulensintensitet.



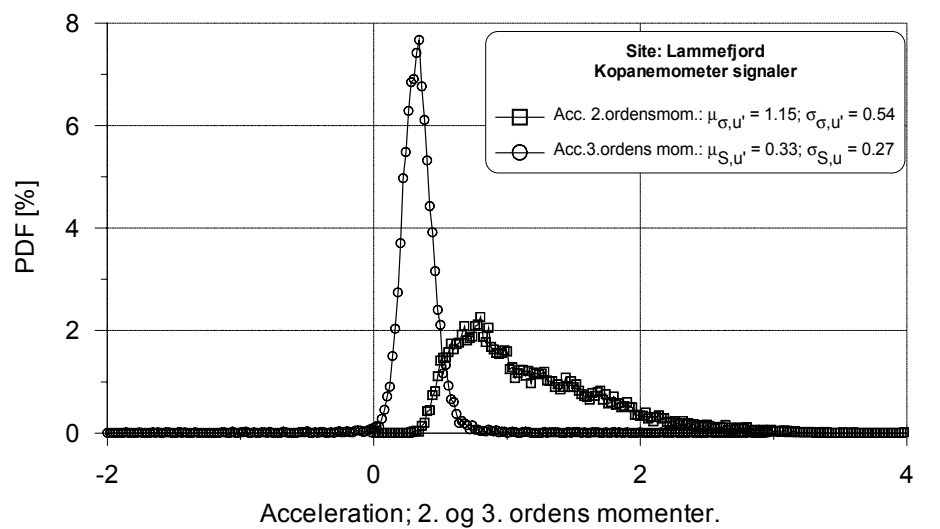
Figur 1.3-2: Fordeling af skævhed og kurtosis.

De næste figure viser fordelinger af 10-minutters statistikker for accelerationer, vurderet som hastighedsændringen $u' = \Delta u / \Delta t$. Til figur 1.3-3 kan man blot bemærke at en typisk middel acceleration på 0.0025 m/s^2 svarer til at hastigheden ændrer sig 1.5 m/s i løbet af observationsperioden, dvs. at 10 minutters tids-serier ofte har et tilfældigt trend. Figur 1.3-4 viser fordelingen af accelerationernes standard afvigelse og skævhed. Fordelingen af standard afvigelserne virker rimelig når man tager variationen af vindhastigheden og den typiske turbulens intensitet på $I \approx 16\%$ i betragtning. Det er bemærkelsesværdigt at accelerationernes skævhed næsten altid er positiv, dvs. at acceleration er hurtigere end opbremsning. Tabel 1.3-1 viser en oversigts over resultaterne i de første figure.

Figur 1.3-5 og 1.3-6 viser krydsplot af skævhed og kurtosis mod turbulens intensiteten. Her er der ikke nogen signifikant afhængighed. Derimod viser figur 1.3-7 er parabolisk afhængighed mellem skævhed og kurtosis, et pænt stykke over den teoretisk nedre grænse på $K \geq S^2 + 1$, se Appendiks A.



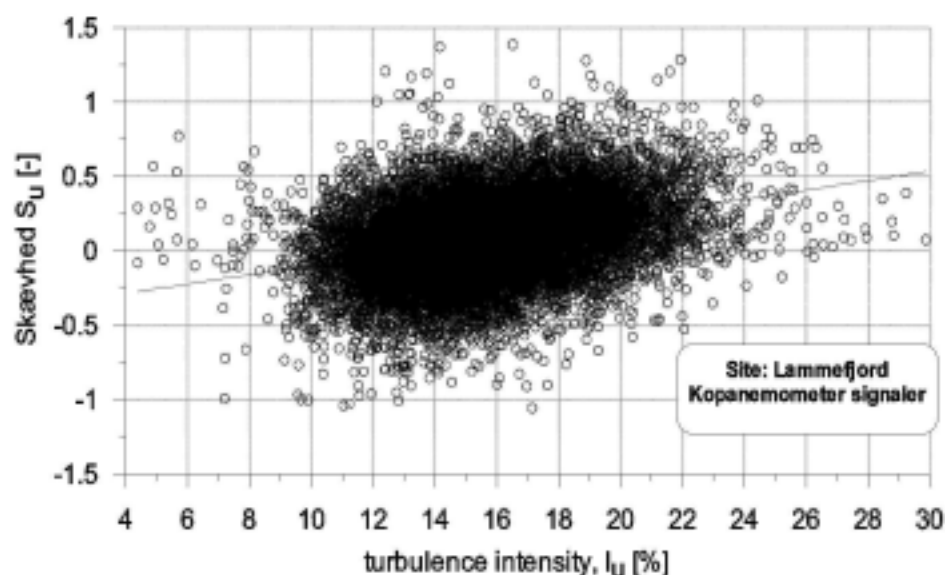
Figur 1.3-3: Fordeling af 10-minuters middel acceleration.



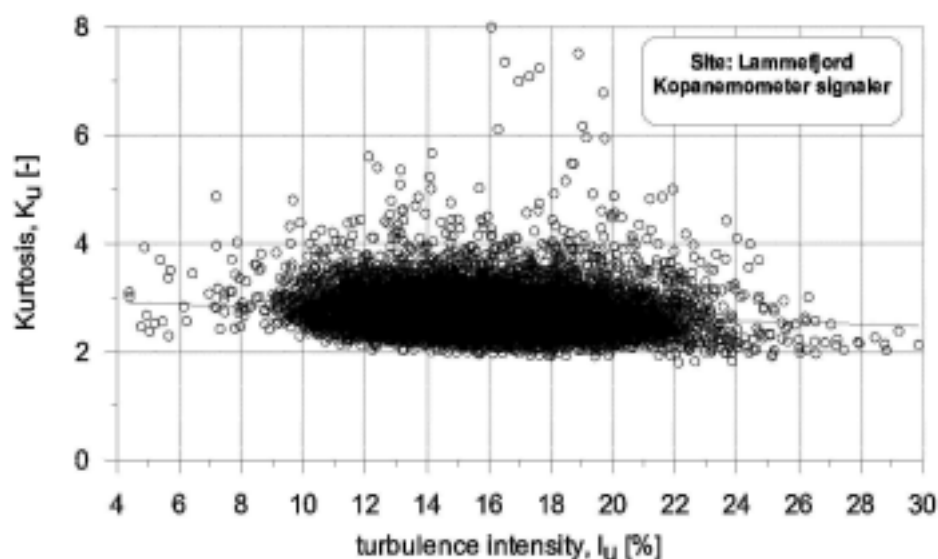
Figur 1.3-4: Fordeling 2 og 3 ordens momenter af accelerationen.

Tabel 1.3-1: Metastatistik for Lammefjords målinger.

	$\mu_{\mu,x}$	$\sigma_{\mu,x}$	enhed
Middel vindhastighed (u)	7.62	1.88	m/s
Turbulens intensitet (ti)	15.7	2.83	%
Skævhed (S),	0.08	0.27	-
Kurtosis (K)	2.70	0.36	-
Acceleration (acc)	1.61	0.01	m/s ²
2.ordens moment/acc.(2acc)	1.15	0.54	
3.ordens moment/acc.(3acc)	0.33	0.27	
4.ordens moment/acc.(4acc)	4.91	3.64	



Figur 1.3-5: Krydsplot af skævhed og turbulens intensitet.

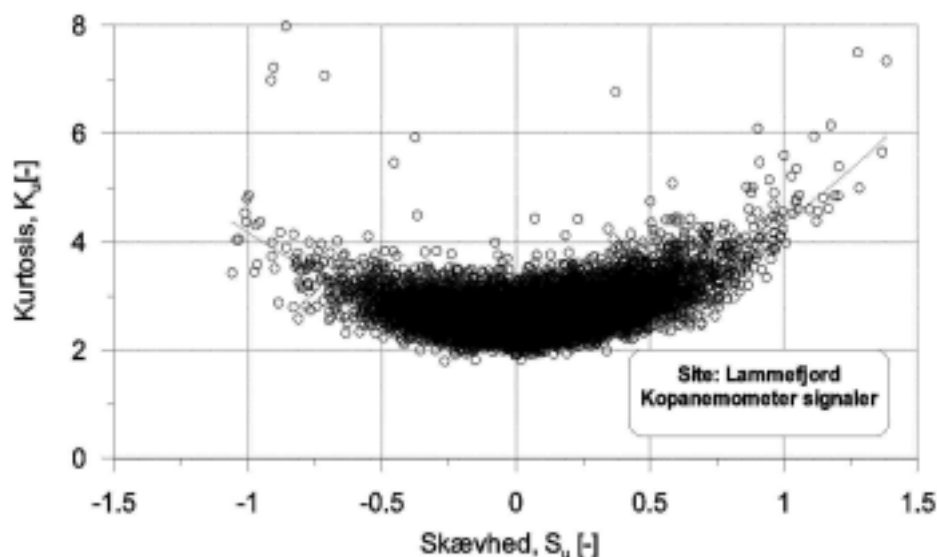


Figur 1.3-6: Krydsplot af kurtosis og turbulens intensitet.

1.4 Mulige konsekvenser

Formålet med dette projekt er at undersøge, hvorvidt turbulens afviger så meget fra den Gaussiske sandsynlighedsfordeling, at det vil påvirke en typisk ud-mattelsesberegning. Hvis vi kan påvise denne sammenhæng, vil det da være rimeligt at anbefale at projektets regnemetoder inddrages i almindelig praksis?

De udvidede beregninger ville ikke være uoverkommelige, men på den anden side vil mange sikkert hævde, at der allerede dimensioneres tilstrækkelig sikkert gennem brug af let konservative partialkoefficienter. Det interessante aspekt ved vores arbejde er snarere muligheden for at tilpasse en vindmølle til opstillingen. Man skal blot vide noget mere om turbulensens på den udvalgte mølleplacering, enten gennem målinger eller ved brug af modeller. For møller med aktive regulering kan man fx overveje at justere reguleringsstrategien efter lokale turbulensforhold.



Figur 1.3-7: Krydsplot af kurtosis og skævhed.

2 Målinger

I dette kapitel vil vi identificere situationer, hvor den målte vind ikke er Gaussisk fordelt. Som indledning vil vi desuden gennemgå relevante dele af teorien for turbulens i det atmosfæriske grænselags og den tilhørende måleteknik.

2.1 Baggrundsviden

I statistisk turbulenteori deles den lokale hastighedsvektor i middelværdi og turbulente afvigelse herfra. Man antager som udgangspunkt, at processen er stationær, således at middelhastigheden kan vurderes tilstrækkelig nøjagtigt ved at observere i en passende lang periode. Samtidig vil man helst undgå indflydelsen af vejrændringer, og som kompromis vælger man ofte den i grunden lidt korte observationsperiode på 10 minutter. Turbulensanalysen opererer med et ortogonalt koordinatsystem, hvis første hovedakse er orienteret efter vindvektorens middelfretning. De to andre akse er den vandrette og lodrette tværfretning. Den mikrometeorologiske konvention er at benævne vindfretning, tværfretning og lodret (x, y, z) , mens de tilsvarende vindkomponenter kaldes (u, v, w) . Orienteringen af koordinatsystemet medfører at middelværdierne af v og w per definition er nul.

Vindvektoren kan måles med et treakset anemometer, fx den type der udnytter dopplerskiftet af ultralydspulser udsendt i to retninger langs måleveje. Dette kaldes ofte et sonic anemometer. Et andet populært instrument er kopanemometeret, der måler omdrejningshastigheden af en rotor med lodret akse. Vinddatabaseen indeholder begge typer data. Her er det nok værd at bemærke at kopanemometeret registrerer længden af hastighedsvektorens vandrette komponent er $(u^2 + v^2)^{-1/2}$, hvilket alt andet lige er større end en enkelt hastighedskomponent målt med et sonic anemometer. Det har været fremført at kopanemometeres dynamik medfører en systematisk fejl, der kaldes overspeeding. Det er principielt rigtigt, men der er typisk en meget mindre fejl end forskellen mellem u og

$(u^2 + v^2)^{-1/2}$ (Kirstensen 1998). I forbindelse med dette projekt bestilte vi en undersøgelse af hvorvidt den ulineære dynamik påvirker målingernes skævhed. Det syntes heller ikke at være en alvorlig fejl (Kirstensen 2000).

I det følgende skal vi ganske kort resumere standard teori og almindeligt aner kendt empiri. En mere udførlig gennemgang kan læses i lærebøger om grænse-lagsmeteorologi, fx Panofsky & Dutton (1984).

De tre hastighedskomponenters varianser kaldes $(\sigma_u^2, \sigma_v^2, \sigma_w^2)$, og deres intensitet (I_u, I_v, I_w) defineres som hastighedskomponenternes standard afvigelse normaliseret med middelhastigheden, fx $I_u = \sigma_u/u$. Kovarianser mellem hastighedskomponenter er også interessante, fordi de tolkes som turbulent overførsel af mekanisk impuls. Den vigtigste mekanisme er lodrette overførsel af impuls i vindretningen, hvoraf man definerer friktionshastigheden $u_*^2 = -\overline{u'w'}$. I den nederste del af det atmosfæriske grænse-lag regnes denne friktion konstant. Dette kaldes overfladelaget og vha. antagelsen om konstant flux finder man følgende formel for vindhastighedens højdevariationen i fladt terræn:

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left\{ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi\left(\frac{z}{L}\right) \right\}$$

Her defineres overfladeruheden z_0 og von Karmans konstant $\kappa \cong 0.4$. Den sidste funktion Ψ er en empirisk korrektion for virkningen af atmosfærens stabiliteten. Stabiliteten karakteriseres ved Monin-Obukhov længden L , der afhænger af forholdet mellem mekanisk produktion af turbulens og det bidrag eller tab, som skyldes varmeudveksling med jordoverfladen. Korrektionen forsvinder når Monin-Obukhov længden bliver numerisk stor, dvs. når friktionen dominerer over varmekonvektionen. Hastighedsprofilen vil endvidere afhænge af terrænforhold og eventuelle opstrøms skift i overfalderuhed og varmeudveksling. Dette kan beregnes med en strømningsmodel, fx den der er indbygget i WA⁵P (Mortensen et al. 1993). Når man bevæger sig højere op over jordoverfladen får grænse-lagshøjden z_i efterhånden betydning. Denne højde er svær at måle uden brug af radiosonder opsendt med vejrballoner og findes derfor ikke i databasen.

Varianserne af hastighedskomponenterne $(\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w)$ er først og fremmest proportionale med friktionshastigheden u_* men vil desuden afhænge af højdeforholdene z/L og z_i/L . De lodrette perturbationer er begrænset af terrænet og bliver derfor højdeafhængige. En af flere empiriske formler forudsiger

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \begin{cases} 1.25(1 - 3z/L)^{1/3} & \text{for } z/L \leq 0 \\ 1.25 & \text{for } z/L > 0 \end{cases}$$

dvs. at de lodrette hastighedsperturbationer øges i en ustabil atmosfære. De vandrette fluktuationer er mindre højdeafhængige, men afhænger alligevel af stabiliteten. Højstrup (1982) foreslog følgende model for variationen i det ustabile grænse-lag

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_u^2}{u_*^2} &= 0.6 \left(\frac{-z_i}{L} \right)^{2/3} + 4.8 \frac{(1 - z/z_i)^2}{(1 + 15z/z_i)} \\ \frac{\sigma_v^2}{u_*^2} &= 0.7 \left(\frac{-z_i}{L} \right)^{2/3} + 2.7 \frac{(1 - z/z_i)^2}{(1 + 15z/z_i)} \end{aligned} \right\} \text{ for } z_i/L < 0$$

Panofsky & Dutton (1984) foreslog en lidt højere grænse for neutrale forhold, nemlig:

$$\frac{\sigma_u}{u_*} \rightarrow 2.4 \wedge \frac{\sigma_v}{u_*} \rightarrow 1.9 \text{ for } \frac{z_i}{L} \rightarrow 0$$

som også angives at være rimelige værdier under svag stabilitet. Under stor stabilitet opfører alle tre komponenter sig uforudsigeligt, bl.a. pga. interne bølger som både afhænger af stabilitet og terrænforhold.

Turbulensen er fordelt på mange skala. Den almindelige analyse foregår ved at dele de målte tidsserier op i sekvenser, Fourier transformere dem til frekvensdomæne, udregne power spektrene for hver sekvens og endelig finde et middelspektrum. Turbulensen produceres normalt på forholdsvis stor skala, dvs. de lave frekvenser, og omdannes til mindre og mindre hvirvler for til sidst at bremses af laminær viskositet på meget lille skala. Hvis energikaskaden er i ligevægt bliver overførslen i spektralområdet mellem produktion og dæmpning overalt lig med dissipationen ε . Det medfører at spektraltætheden i området med ligevægt er proportional med $k^{-5/3}$, hvor k er bølgetallet. Ved at integrere i bølgetalsrummet kan man regne fra energispektrum til et endimensionalt power spektrum. Hvis turbulenten er uafhængig af retning, og det gælder i det mindste for de små hvirvler at være, bliver den højfrekvente ende af power spektrene:

$$F_u(k) = \frac{9}{55} \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \text{ og } F_v(k) = F_w(k) = \frac{12}{55} \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

hvor $\alpha \approx 1.5$ kaldes Kolmogorovs konstant. Integralet af hvert power spektrum skal passe med hastighedsvarianserne ($\sigma_u^2, \sigma_v^2, \sigma_w^2$). Der findes empiriske formler for spektralfordelingen, hvor virkningen af stabilitet og inversionshøjde udtrykkes med z/L og z/z_i (Kaimal 1972; Højstrup 1982). Der findes endda modeller for spektre bragt ud af ligevægt enten ved markante skift i ruhed eller overfladeflux (Højstrup 1981) eller ved kinematisk deformation af strømningen over komplekst terræn (Mann 1999).

For nemheds skyld anvender modellerne i denne report blot den neutral grænse af Kaimals (1972) model, og vi vil ofte transformere mellem bølgetal k og frekvens f ved brug af Taylors hypotese om "frossen turbulent", hvor man antager at turbulenten føres forbi et stationært observationspunkt uden at ændre sig, dvs. regner $f = k(2\pi U)^{-1}$. Power spektrene kan da udtrykkes som

$$F_i(f) = \frac{\sigma_i^2 \cdot \frac{L_i}{U}}{\left(1 + 1.5 \frac{f \cdot L_i}{U}\right)^{5/3}}$$

hvor index i refererer til en af de tre retninger (x, y, z) med tilhørende hastighedsvarians σ_i^2 og længdekonstant L_i . Powerspektret $F_i(f)$ er i virkeligheden den Fourier transformerende af autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\tau) = E\{u_i(t)u_i(t+\tau)\}$ hvor τ er en variabel tidsforsinkelse og middelværdien beregnes ved at integrere over tiden t . To forskellige signaler kan tilsvarende beskrives ved deres krydskorrelation $R_{ij}(\tau)$ eller denne funktions Fourier transformation, som kaldes krydsspektret $\chi_{ij}(f)$. Hvis der er tidsforsinkelser i korrelationen vil krydsspektret indeholde komplekse tal. Kohærens er en nært beslægtet størrelse og defineres som:

$$\text{coh}_{ij}(f) = \frac{|\chi_{ij}(f)|^2}{F_i(f)F_j(f)}$$

Davenport (1977) foreslog den empiriske formel $\text{coh}(f, \Delta x) = \exp\{-C f \Delta x / U\}$, hvor kohærensen aftager med frekvens f og separation Δx , og C er en konstant. En rumlig korrelationsfunktionen kan skrives som $R_{ij}(\xi) = E\{u_i(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x} + \xi)\}$, hvor ξ er den rumlige separation og middelværdien beregnes ved at integrere over det tredimensionale rum beskrevet ved vektoren \mathbf{x} . Ved flerdimensional Fourier transformation kan man finde spektraltensoren

$$\Phi_{ij}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint R_{ij}(\xi) \exp\{-i(k_1\xi_1 + k_2\xi_2 + k_3\xi_3)\} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3$$

Her bemærkes det at bølgetals vektoren \mathbf{k} også er tredimensional. Krydsspektret som funktion af variationerne i længderetningen kan findes ved at integrere spektraltensoren over bølgetallene svarende til tværretningerne

$$\chi_{ij}(k_1; \Delta y, \Delta z) = \iint \Phi_{ij}(\mathbf{k}) e^{i(k_2 \Delta y + k_3 \Delta z)} dk_2 dk_3$$

hvor der endvidere er korrigeret for rumlig separation ($\Delta y, \Delta z$) af signalerne.

Turbulensen kan beskrives på to komplementære måder, nemlig ved sandsynlighedsfordeling og spektralfordeling. Normalt antager man at sandsynlighedsfordelingen er Gaussisk, dvs. fuldstændig fastlagt ved sin varians, som er lig med integralet af powerspektrum. For at teste antagelsen om Gaussisk turbulens kan man betragte de højere ordens momenter, specielt de standardiserede tredje og fjerde ordens momenter, kaldet skævhed og kurtosis.

$$S = \frac{E\{(X - \mu)^3\}}{\sigma^3} \quad \text{og} \quad K = \frac{E\{(X - \mu)^4\}}{\sigma^4}$$

Her er X den stokastiske variabel og (μ, σ) er dens middelværdi og spredning. For en Gaussisk process gælder det at $S=0$ og $K=3$.

2.2 Statistik fra databasen.

Ligesom i kapitel 1 vil vi anvende data fra vinddatabasen. I den indledende fase af projektet blev databases indeks udvidet med højere ordens moment for en væsentlig del af tidsserierne, ialt ca. 15000 timers måling. Hermed blev det muligt at kortlægge hvorvidt de målte tidsserier var Gaussiske og om dette har en sammenhæng med terræn type, atmosfærisk stabilitet, lævirkning fra forhindringer m.m..

Dataomfang

Databasen indeholder tidsserier af varierende længde fra 10 op til 60 minutter, idet de oprindelige projekter havde forskellige formål og de anvendte forskellige dataopsamling. For at standardisere de statistiske oplysninger i databasen er alle tidsserierne derfor opdelt i 10-minutters perioder. For hver periode er der desuden registreret følgende oplysninger:

- Målested
- Terræn
- Starttidspunkt for måling
- Målehighde over jorden
- Lævirkning fra målemast, vindmøller, etc.
- Vurdering af signalstøj

Tabel 2.2-1 giver et overblik over omfanget af databasens indhold.

Tabel 2.2-1: Terræn typer og antal timer, ialt ca. 30.000 timer

Målested	Land	Landskab	Terræn	Timer
Alsvik	S	Coastal	Flat	2164
Andros	GR	Pastoral	Mountain	620
Aqua Spruzza	I	Pastoral	Mountain	132
Cabauw	NL	Pastoral	Flat	49
La Clape	F	Scrub	Hill	56
ECN, Petten	NL	Coastal	Flat	49
Emden	D	Coastal	Flat	593
Jade Wind Park	D	Rural	Flat	273
Lammefjorden	DK	Pastoral	Flat	299
Lavrio	GR	Pastoral	Mountain	730
Oak Creek	US	Scrub	Hill	1574
Sletringen	N	Coastal	Flat	3757
Skipheya	N	Coastal	Flat	13174
Tarifa	E	Pastoral	Mountain	278
Tjæreborg	DK	Pastoral	Flat	44
Toplou	GR	Pastoral	Mountain	164
Vindeby	DK	Offshore	Flat	597
Vallersund	N	Coastal	Hill	5957

De anvendte data

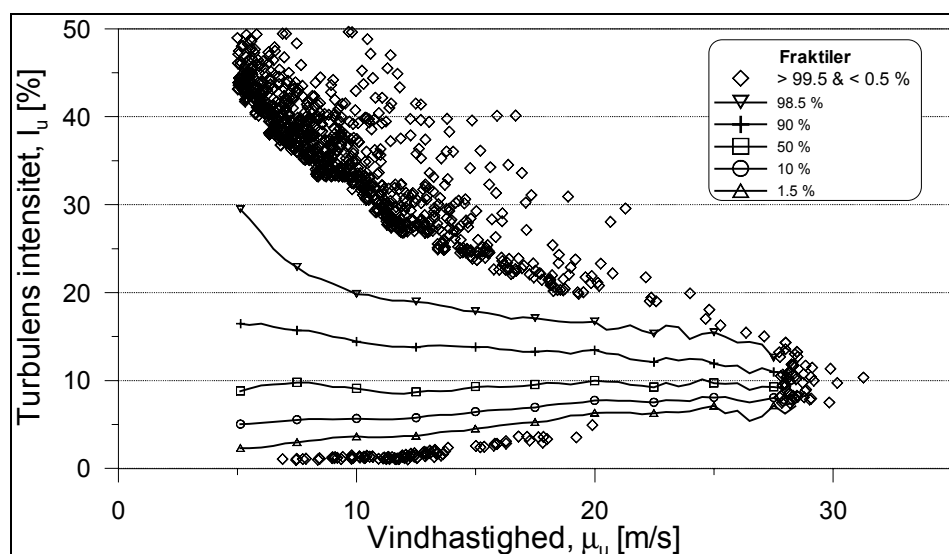
Til analysen er der udelukkende anvendt kvalitetskontrollerede data. Instrumenterne er forskellige typer kop-anemometre samt enkelte propel-anemometre, og målefrekvensen varierer fra 1 til 20 Hz. De anvendte instrumenter har lidt forskellig dynamik hvilket kan påvirke det endelige resultat. Der er ikke korri-geret for eventuel lævirkning fra målemast eller nærstående vindmøller. Den udvalgte datamængde indeholder ca. 600.000 observationer¹, idet størstedelen af de anvendte målesteder bidrager med flere samtidige signaler. Figur 2.2-1 til 2.2-7 illustrerer hvordan forskellige statistiske størrelser afhænger af vindhastigheden. Her er 10-minutters statistikkerne først sorteret i klasser efter mid-delvindhastigheden, inddelt i spring på $\Delta u = 0.5$ m/s. For hver klasse vises 1.5%, 10%, 50%, 90% og 98,5% fraktiler, samt de ekstreme observationer med hyp-pigheder $<0.5\%$ eller $>99.5\%$.

Turbulens intensitet I_u

Figur 2.2-1 viser turbulens intensiteten I_u som funktion af middelvindhastighe-den μ_u . Figuren viser at vindhastighedsområdet op til ca. 30 m/s er repræsente-ret samt at middelturbulens intensiteten ligger på ca. 10 % over hele hastigheds-intervallet for de analyserede terræntyper. Situationer ned turbulensintensitet

¹ Dette inkluderer ikke data fra Skipheya eller Oak Creek.

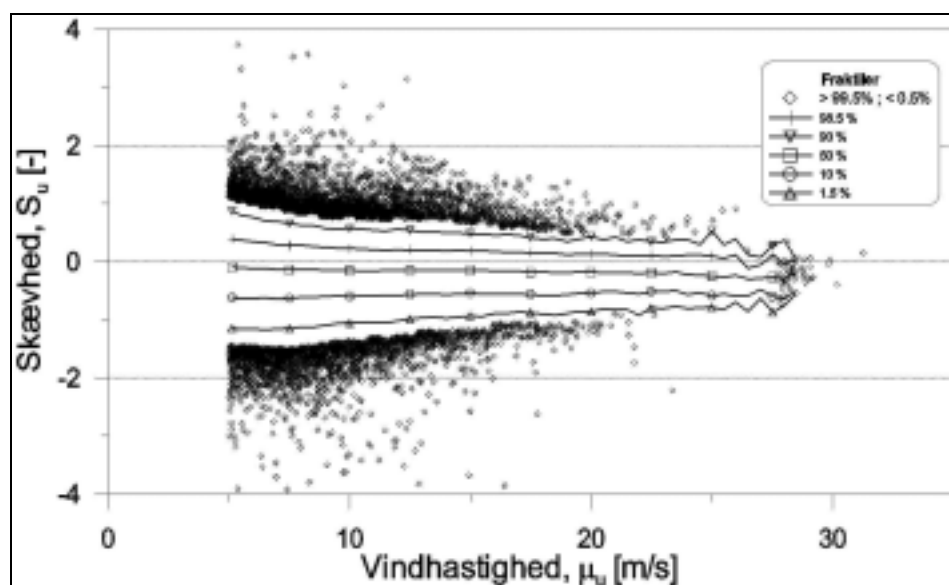
over 50% er ikke vist. De lave hastigheder antages at være mest påvirkede af atmosfærisk stabilitet hvilket kan forklare den øgede spredning.



Figur 2.2-1: Fordeling af turbulens intensitet for de analyserede tidsserier.

Skævhed, S_u

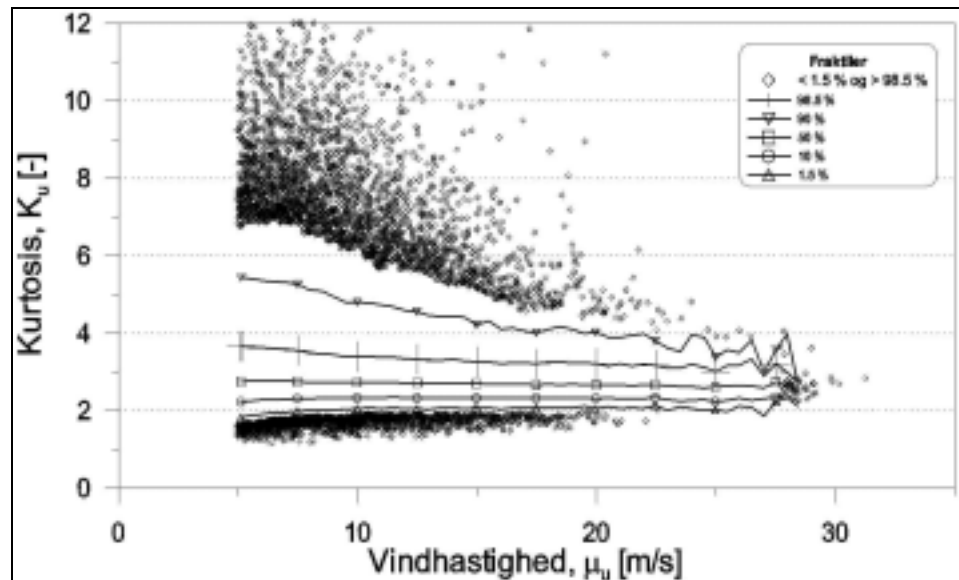
Figur 2.2-2 viser skævheden af 10-minutters tidsserier som funktion af middelvindhastigheden μ_u . Middelskævheden $\mu_{S,u}$ ligger generelt under værdien 0. Spredningen på skævheden $\sigma_{S,u}$ er forholdsvis stor, men aftager med voksende vindhastighed. Dette virker i overensstemmelse med Lenschow et al (1994), der vurderer at vurdering af usikkerheden på skævheden af en tidsserie er proportional med forholdet mellem turbulensens tidsskala og observationsperioden $\sigma_S^2 = 4T_u/T_m$, se Appendiks B. En direkte sammenligning med teorien er ikke mulig, da turbulensens tidsskala også afhænger af målehigheden $T_u \approx 5.24z/u$.



Figur 2.2-2: Fordeling af skævhed for de analyserede tidsserier.

Kurtosis, K_u

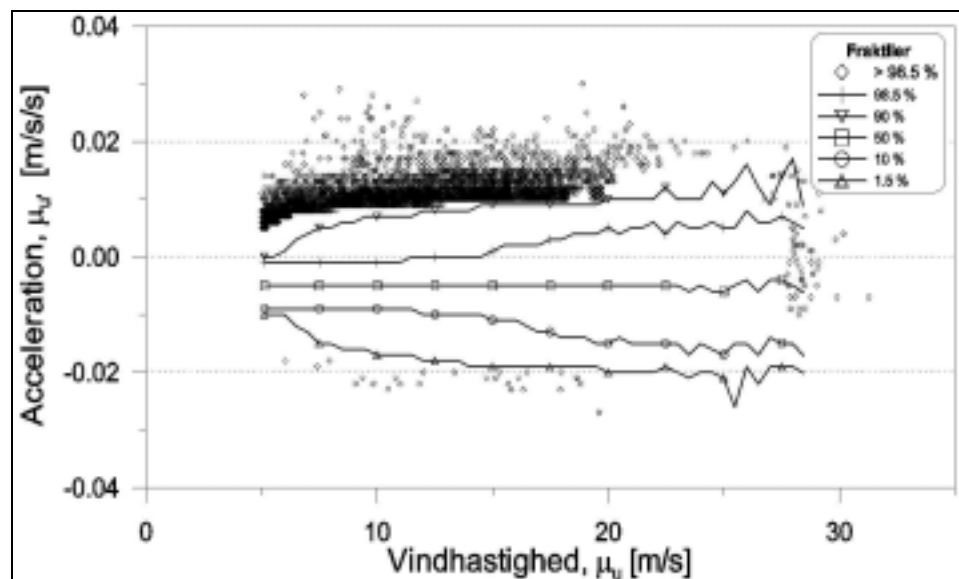
Figur 2.2-2 viser kurtosis af 10-minutters tidsserier som funktion af middelvindhastigheden μ_u . Middelkurtosis μ_{K_u} ligger generelt lidt over værdien 3, som ville gælde for ren Gaussisk turbulens. Spredningen σ_{K_u} har den samme afhængighed af vindhastigheden som skævheden. Den synes blot lidt større, hvilket er i overensstemmelse med $\sigma_K^2 = 12T_u/T_m$ (Lenshow et al., 1994) svarende til en faktor $\sqrt{3}$ større spredning.



Figur 2.2-3: Fordeling af kurtosis for de analyserede tidsserier.

Acceleration, μ_a

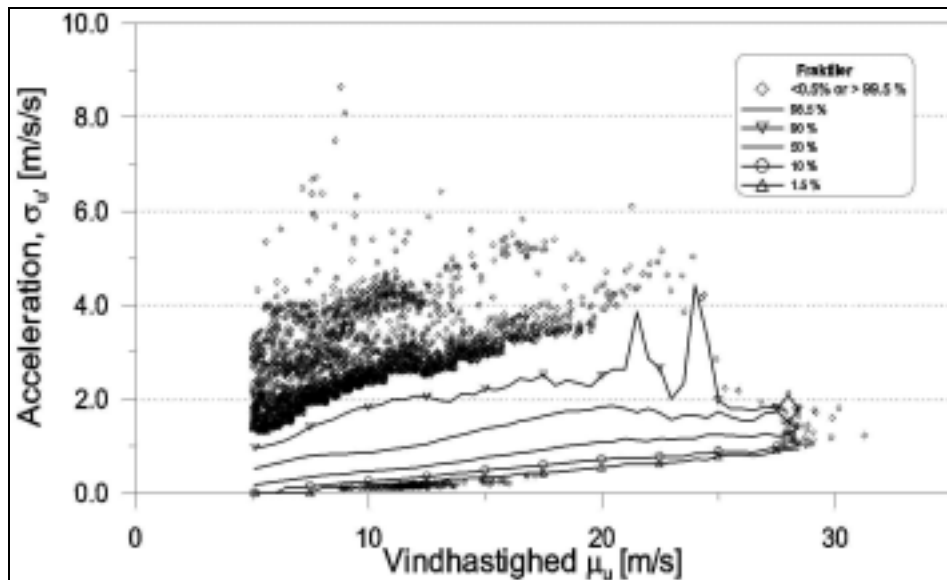
Figur 2.2-4 viser fordeling af middelværdien af hastighedsændringen over 10-minutters perioderne som funktion af vindhastigheden. Middelaccelerationen på ca. 0.002 m/s/s afviger fra det forventede 0.0, hvilket kan skyldes afrundingsfejl. Variationen omkring middelværdien er som forventet symmetrisk.



Figur 2.2-4: Fordeling af acceleration for de analyserede tidsserier.

Anden ordensmoment af acceleration σ_u

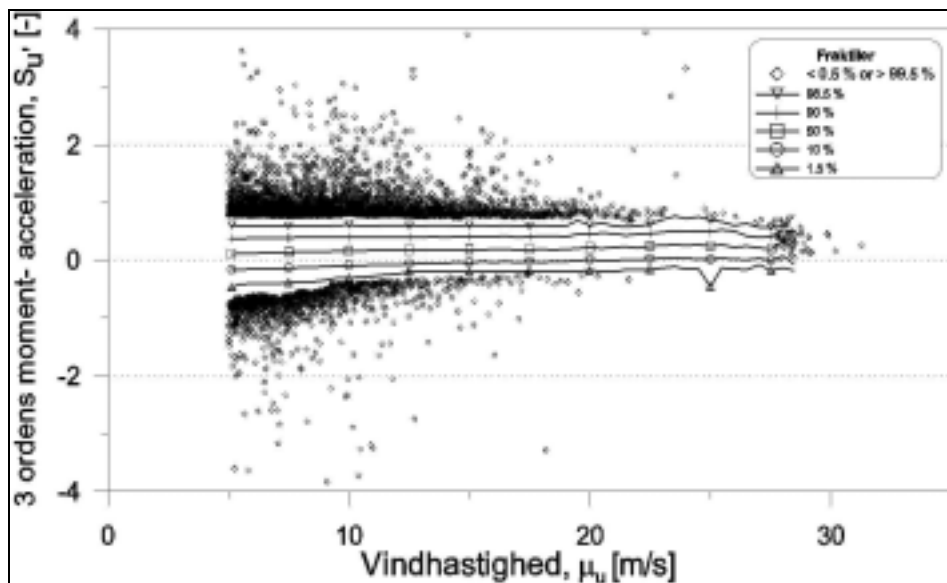
Figur 2.2-5 viser fordelingen af standard afvigelsen af acceleration μ_{σ_u} som funktion af vindhastigheden. Middelværdien er nogenlunde proportional med hastigheden hvilket forekommer rimeligt da turbulensintensitetens 50% fraktil var ret konstant, se figur 2.2-1. Spredningen σ_{σ_u} ser også ud til at vokse med vindhastigheden. Der foreligger kun få data med hastigheder over 20 m/s.



Figur 2.2-5: Fordeling af 2. ordens moment af acceleration for de analyserede tidsserier.

Skævhed af accelerationerne S_u

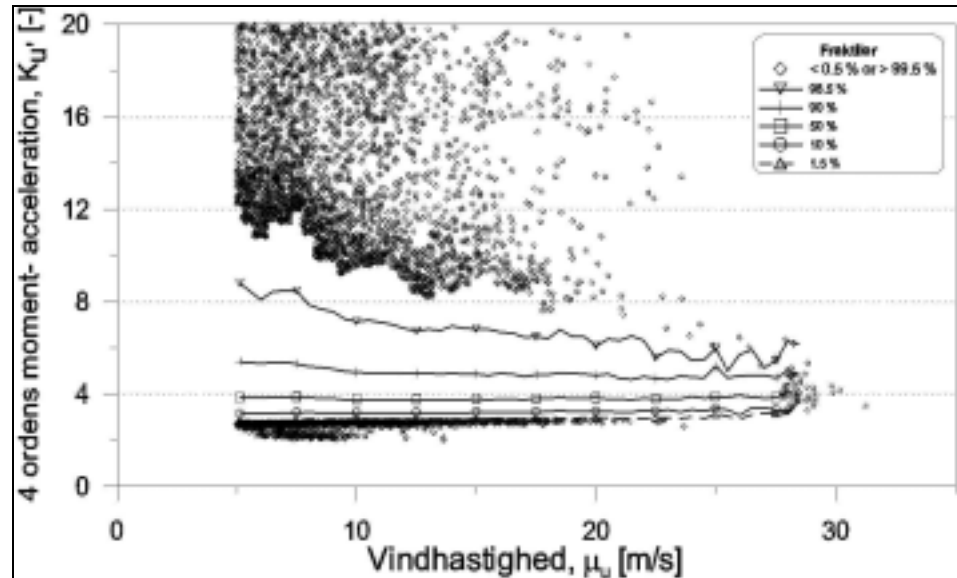
Figur 2.2-6 viser fordelingen af accelerationernes skævhed som funktion af vindhastigheden. Der bemærkes at middelskævheden $\mu_{S_u} \cong 0.2$ er næsten uafhængig af vindhastigheden.



Figur 2.2-6: Fordeling af accelerationernes skævhed.

Fjerde ordensmoment af acceleration K_u

Figur 2.2-7 viser fordelingen af accelerationernes kurtosis som funktion af vindhastigheden. Der bemærkes at middelskævheden $\mu_{S,u}$ er tæt på 4 og 10% fraktilen ligger signifikant over den Gaussiske værdi på $K=3$. Middelværdien er ikke særlig afhængig af vindhastigheden, men der er stor spredning, især ved lave vindhastigheder.



Figur 2.2-7.: Fordeling af 4. ordens moment af acceleration for de analyserede tidsserier

Tabel 2.2-2: Metastatistik baseret på 10 minutters tidsserier.

Sted	Skævhed					Kurtosis		Kommentar	
	I	μ_S	σ_S	$S < -1$	$S > 1$	μ_K	σ_K		
Oak Creek	9.3%	-0.39	0.46	15.9%	0.1%	3.36	1.36	12.6%	h=79m
Oak Creek	10.5%	-0.36	0.39	5.5%		3.07	0.25	6.6%	h=50m
Oak Creek	12.6%	-0.15	0.25		0.1%	3.12	0.44	2.3%	h=10m
Vindeby	6.5%	-0.07	0.30	0.4%	0.3%	2.90	0.43	2.8%	smw, h=46m, fra hav
Vindeby	8.4%	-0.13	0.33	0.1%	0.2%	2.94	0.57	2.3%	lm, h=45m, fra hav
Vindeby	10.8%	-0.09	0.31	0.5%	0.2%	2.83	0.45	2.2%	lm, h=45m, fra land
Emden	6.3%	-0.04	0.44	2.1%	1.0%	3.02	0.98	7.3%	h=68 m
Alsvik	6.0%	-0.14	0.35	1.5%	0.2%	2.91	0.68	2.6%	mast 1, h=53 m
Alsvik	7.0%	-0.11	0.39	2.3%	0.4%	3.02	0.69	2.9%	mast 2, h= 53 m
Lavrio	14.0%	-0.24	0.30	0.9%	0.1%	2.96	0.50	3.9%	h=32
Sletringen	8.3%	-0.11	0.63	2.6%	0.6%	2.81	1.02	2.7%	h=46 m
Sletringen	9.1%	-0.08	0.49	1.9%	0.7%	2.85	1.44	2.5%	h=20 m
Skipheya	7.5%	-0.02	0.45	1.6%	1.8%	2.88	0.78	2.5%	h=72 m
Lamme	16%	0.08	0.27		0.1%	2.70	0.36	0.6%	h=10-45 m

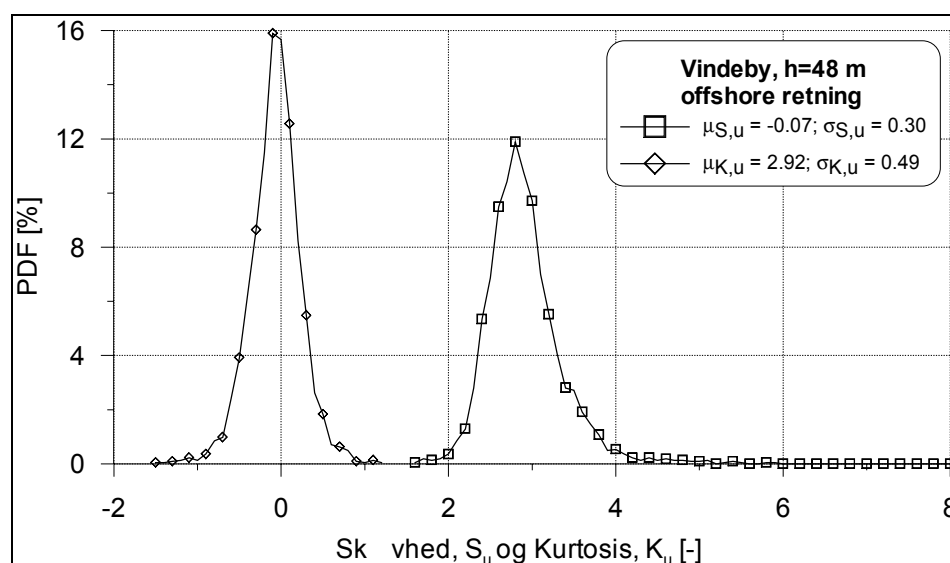
Variation mellem målestederne

Analysen ovenfor viste en stor variation af de statistiske momenter. Vi vil nu undersøge om der er forskel mellem de enkelte målesteder, nu suppleret med tidsserier fra Oak Creek og Vindeby. Resultaterne er vist i tabel 2.2-2, hvor der for hver lokalitet angives middel skævhed $\mu_{S,u}$ med tilhørende standard afvigelse $\sigma_{S,u}$ samt overskridelsehyppighederne $S_u < -1$ og $S_u > +1$. Desuden angives,

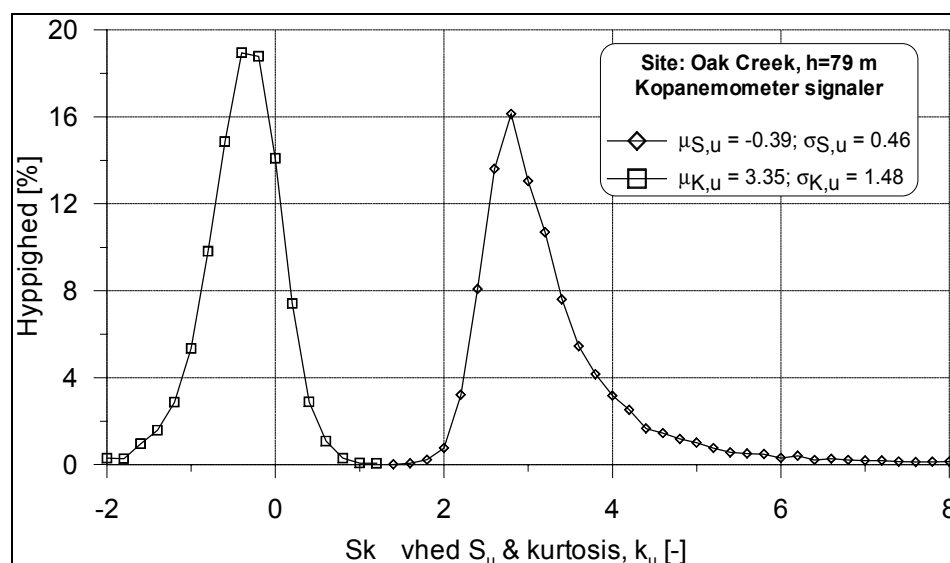
middel kurtosis $\mu_{K,u}$ med tilhørende standard afvigelse $\sigma_{K,u}$ samt overskridelses-hyppigheden $K_u > 4$. Tabellen viser nogen variation blandt lokaliteterne, især med hensyn til overskridelseshyppigheder og middelværdier.

Skævhedsfordeling målt ved Vindeby, offshore retning

Figur 2.2-8 viser fordelingen af 10-minutters skævhed og kurtosis målt på en udvalgt placering ved Vindeby. Målingerne er foretaget på offshore masten i 48 m højde og der er kun medtaget situationer med frit stræk langt opstrøms over åbent hav. Fordelingen af skævheden er trukket lidt til den negative side, hvilket vil sige at vindhuller som regel er en lille smule hyppigere end vindstød.



Figur 2.2-8: Sandsynlighedsfordeling af 10-minutters skævhed og kurtosis af tidsserier målt ved Vindeby 48 over havniveau, ved retninger uden opstrøms forhindringer.



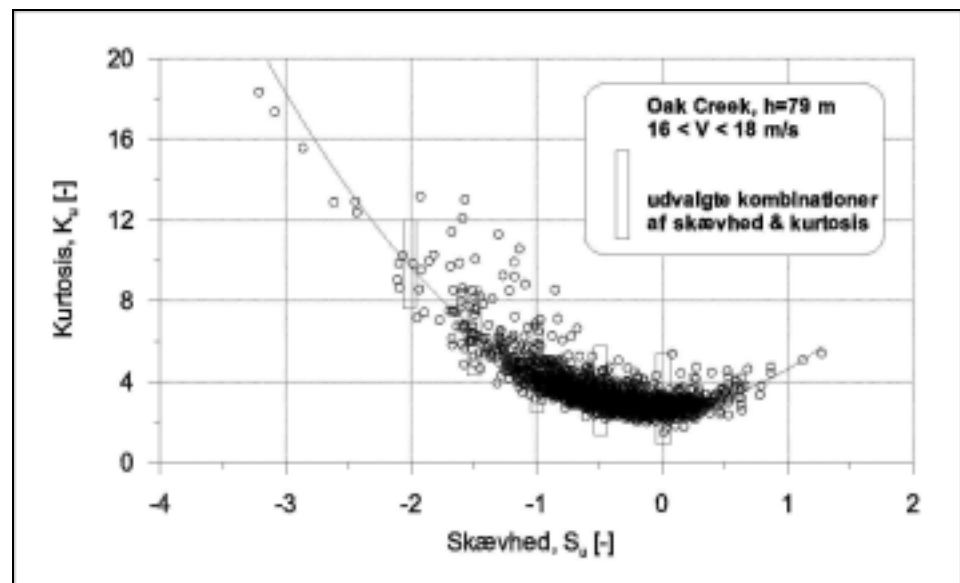
Figur 2.2-9.: Hyppighedsfordeling for skævhed og kurtosis, målt i en fri sektor i Oak Creek, i højden 79m.

Skævhedsfordeling for Oak Creek

Figur 2.2-9 viser de samme fordelinger som figure 2.2-8 blot for målinger, indsamlet i Oak Creek i højden $h=79\text{m}$, hvilket er en af de situationer der afviger mest fra det Gaussiske tilfælde, jvf. tabel 2.2-2. Her er fordelingen af skævheder trukket meget mere til den negative side end ved Vindby og fordelingen af kurtosis bliver mere asymmetrisk.

Sammenhæng mellem skævhed og kurtosis

Figur 2.2-10 viser krydsplot af sammenhængen mellem skævhed og kurtosis for hastighedsintervallet $16-18\text{ m/s}$. Sammenhængen kan beskrives ved den indtegnede parabel ($K=2.78+0.05\times S+1.74\times S^2$) som er fundet ved mindste kvadraters metode. Dette virker i overensstemmelse med Lenshow et al. (1994), se Appendiks B, og den teoretiske nedre grænse på $K > S^2 + 1$, se Appendiks A.



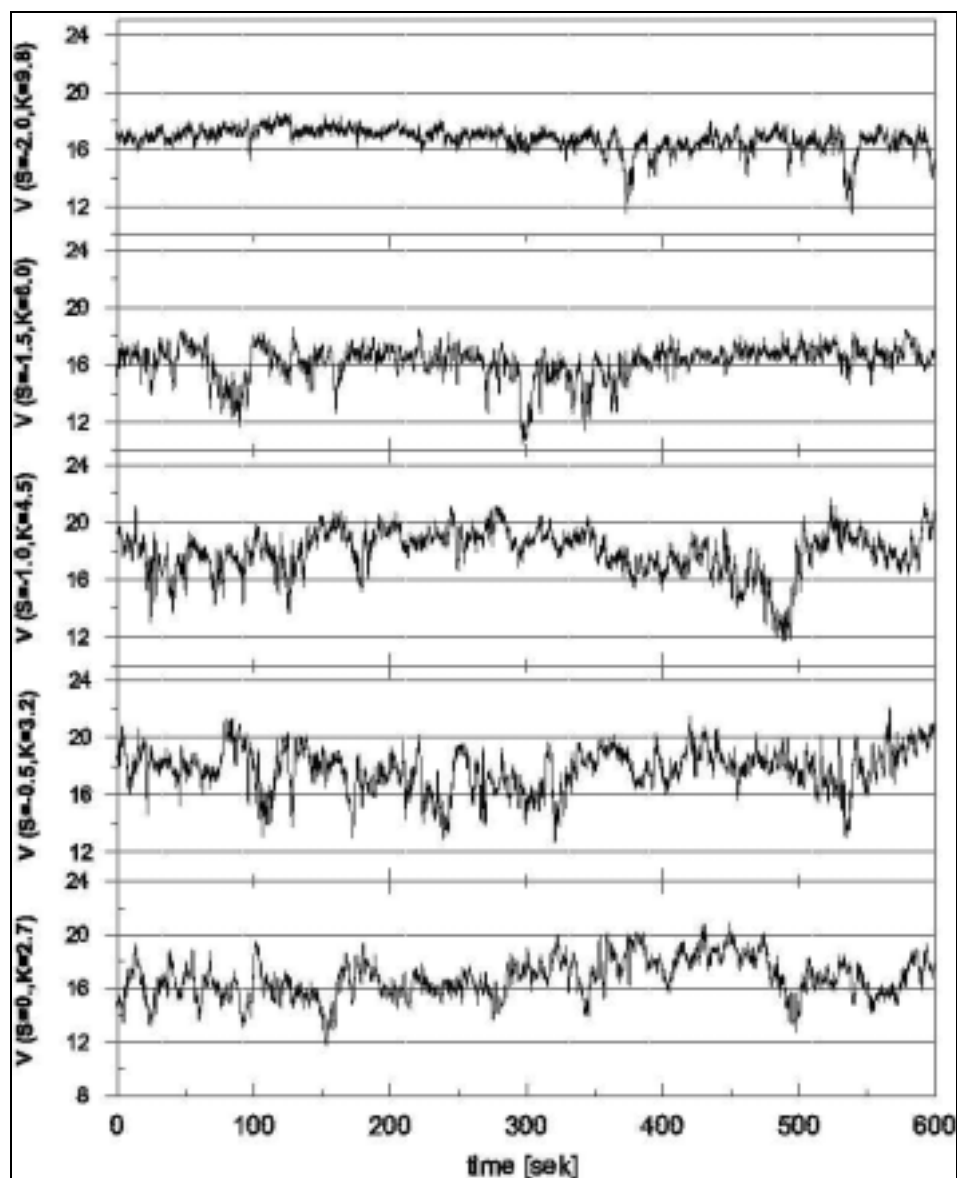
Figur 2.2-10.: Krydsplot mellem kurtosis og skævhed, målt i en fri sektor i Oak Creek, i højden 79m.

2.3 Eksempler på skæve tidsserier

Vi har brugt databasen til at finde typiske tidsserier bag de viste statistikker. Først fandtes situationer fordelt langs den parabolske sammenhæng i figur 2.2-10. Det resulterede i udvalget vist på figur 2.3-1, hvis statistiske mål er gengivet i tabel 2.3-1. Figur 2.3-2 og tabel 2.4-2 viser en række tidsserier, hvor turbulensintensiteten er særlig lav, dvs. $I \cong 5\%$.

Tabel 2.3-1: Skævhed og kurtosis for tidsserier i figur 2.3-1.

Vind [m/s]	I	Skævhed	Kurtosis	Runname
16.67	8.81	-0.03	2.76	199903062330
17.73	8.49	-0.50	3.18	199812141350
17.87	8.78	-0.99	4.51	199809291057
16.14	7.48	-1.50	5.98	199902160451
16.68	4.96	-1.99	9.84	199807032142



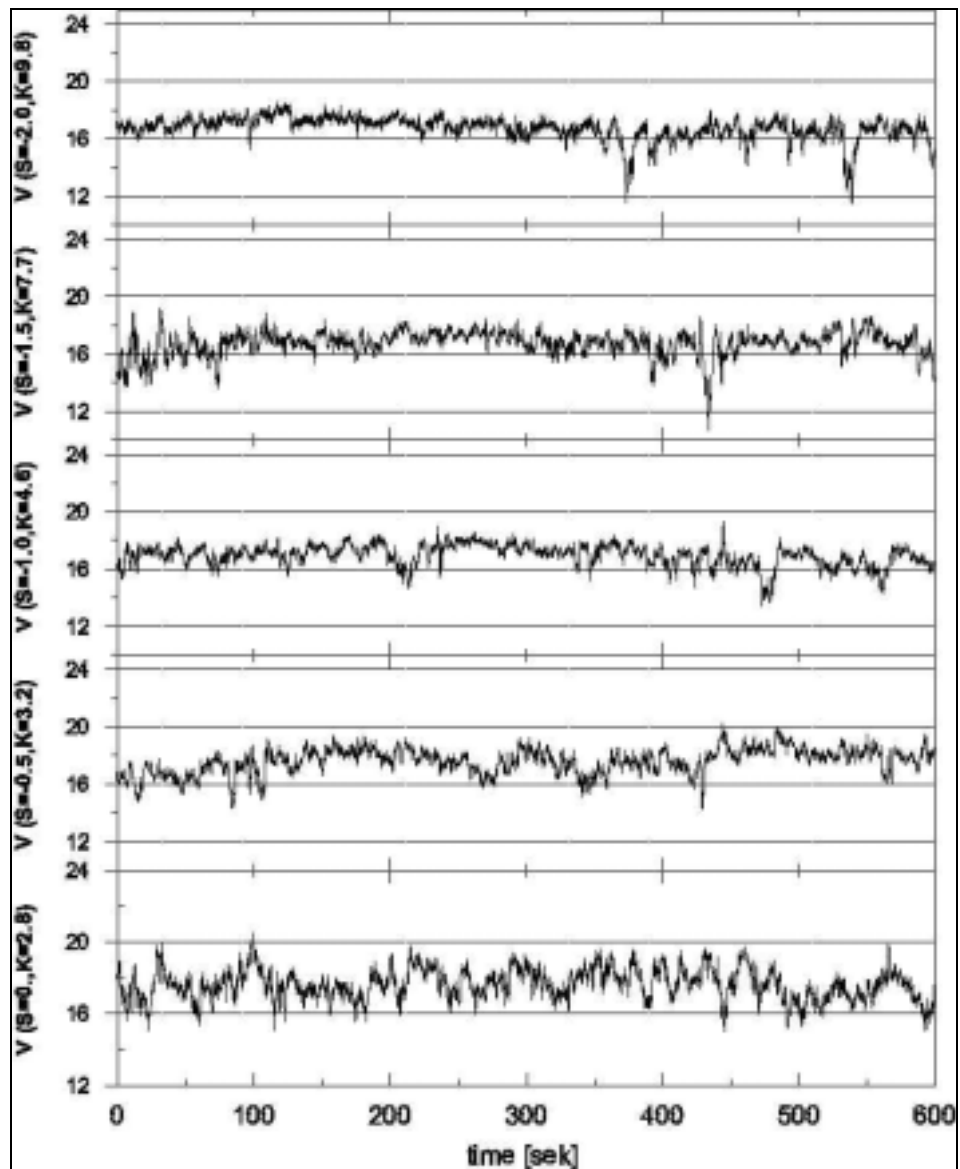
Figur 2.3-1: Tidsspor for voksende værdier af skævheden.

Tabel 2.3-2: Variation af skævhed og kurtosis ved konstant turbulens intensitet.

I [%]	Skævhed	Kurtosis	Runname
4.93	0.01	2.76	199810010007
5.06	-0.51	3.21	199903072240
4.46	-0.99	4.63	199906212321
5.27	-1.48	7.69	199812021400
4.96	-1.99	9.84	199807032142

2.4 Korrelation til terræn type

Figur 2.4-1 vise middelværdi og spredning af skævhed i hastighedssignalet S_u i en række terræn typer. Der er ikke nogen klar sammenhæng, men det virker som om skævheden bliver mere negative for når terrænet bliver mere komplekst.



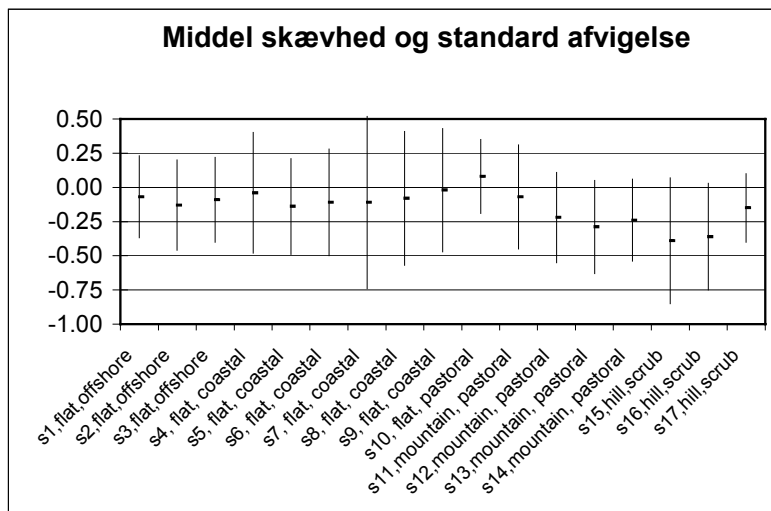
Figur 3.4-2: Tidsspor for voksende værdier af skævheden, og konstant turbulens intensitet.

Thomsen *et al.* (1996) sammenlignede målinger ved Lem (DK) og Sky River (Californien) i henholdsvis flat og bjergrigt terræn. Vindprofilet på bjerget havde et maksimum nær møllernes navhøjde, der skyldes en terræn induceret acceleration hen over bjergkammen. Strømlinierne hældte ca. 7° i forhold til vandret, dvs. en asymmetri der formentlig skyldes separationen på bagsiden af bjerget. Målingerne viste at turbulensen var Gaussisk ved Lem men i visse situationer havde negativ skævhed ved Sky River. De ikke-Gaussiske situationer optrådte kun når turbulens intensiteten var lav $I < 15\%$, hvilket fik forfatterne til at konkludere at effekten på udmattelseslasten ikke var så alvorlig endda. De pludselige fald i longitudinal hastigheden var korreleret med høj vertikal hastighed.

2.5 Delkonklusion

- Der findes en tydelig parabolisk sammenhæng mellem skævhed og kurtosis.

- Det vil være nyttigt at kunne forudsige turbulensforholdene ved en given placering. Forudsigelse bør både omfatte turbulensgrad I_u og skævhed S_u .
- Der er kan være behov for at indføre et reference sted, hvor vinden vides at være Gaussisk. Det kunne fx blive Lammefjorden eller Vindeby.
- Ved beregning af skævhed og kurtosis er det vigtigt at anvende kvalitetskontrollerede data, idet højere ordens momenter er følsomme overfor kortvarige fejl.



Figur 2.3-1: Middel og spredning af skævheden på hastigheden i en række terræntyper.

3 Simulering af turbulens

For at forudsige vibrationer og udmattelse må man vide noget om de tilfældige påvirkninger fra vinden, herunder deres rumlige korrelation fordelt over konstruktionen. For en vindmølles vedkommende vil interessen samle sig om påvirkningerne i rotorplanet, der normalt står på tværs af vinden. Hastighedsmålinger fordelt over denne geometri vil være ret kostbare, og det skaber behov for numerisk simulering. Målet er at generere kunstige tidsserier, der så vidt muligt har de samme statistiske egenskaber, som man kunne måle sig til.

3.1 Introduktion til Fourier simulering

En perfekt efterligning af målinger er nok umulig, så i praksis vil man fokusere på de vigtigste statistiske egenskaber. De kan sammenfattes som: 1) rydsppektrre mellem påvirkningerne, og 2) Sandsynlighedsfordelingen af påvirkningerne. Et krydsppektrum er den Fourier transformerede af en anden ordens korrelationsfunktion. Det kan både defineres for den enkelte vindkomponent i et fast observationspunkt, dvs. power spektret, og for rumligt adskilte observationer eventuelt af forskellige komponenter. Hermed har man også fastlagt kohærens af påvirkningerne, samt alle middelværdier, varianser og kovarianser i tidsdomænet. Det almindelige anden ordens krydsppektrum siger derimod ikke noget om højere ordens momenter.

De forventede amplituder i en tidsseries Fourier transformation er proportionale med kvadratroden af amplituderne i power spektret. Hvis man kombinerer sådanne amplituder med tilfældige faser og invers Fourier transformerer til tidsdomæne, har man en ganske anvendelig model, som vi vil kalde Fourier simulering, se appendiks D. De tilfældige faser bevirker at sandsynlighedsfordelingen konvergerer mod den Gaussiske fordeling, hvilket normalt er tilfredsstillende. I dette projekt ønsker vi imidlertid at generere ikke-Gaussisk turbulens, så her er almindelig Fourier simulering ikke tilstrækkelig.

Sandsynlighedsfordelingen burde egentlig forstås som den flerdimensional fordeling af alle relevante komponenter i alle observationspunkter. Af bekvemmelighed vil man dog ofte nøjes med at tilpasse marginalfordelingerne af de enkelte variable, idet Fourier simulering jo garanterer korrekte krydskorrelationer op til anden orden. De marginal sandsynlighedsfordelinger kan tilpasses den ønskede sandsynlighedsfordeling med en simpel afbildning (Yamazaki and Shinozuka 1988) således at man opnår de ønskede højere ordens momenter for den enkelte tidsserie, fx $E\{X^3\}$. Blandede statistikker af ordner højere end to, fx $E\{X^2Y\}$, vil dog stadig være lidt forvrængede.

Der findes faktisk en række metoder til simulering af ikke-Gaussiske signaler, hvoraf hovedfeltet bygger på Fouriersimulering kombineret med passende justeringer af de marginale sandsynlighedsfordelinger. Vi vil koncentrere os om denne type simulation og nøjes med at berøre alternativerne ganske kort.

3.2 Sandsynlighedsmodeller

Sandsynlighedsfordelingen kan modelleres med en passende funktion hvis parametre justeres ud fra de statistiske oplysninger. En normalfordeling er særlig nem at fastlægge, idet parametrene simpelthen bliver den observerede middelværdi og varians. Normalfordelingen er dog ikke så fleksibel, at den kan beskrive fordelinger der er asymmetriske eller har lange haler.

Gram-Charlier metoden betjener sig af en rækkeudvikling omkring normalfordelingen og kan fastlægges vha. de observerede momenter, se appendiks C. Ved beskedne afvigelser fra normalfordelingen vil rækkeudviklingen konvergerer ret hurtigt. Man vil da kunne afkorte rækken og behøver kun kendskab til relativt få empiriske momenter, fx de fire første. Hvis den observerede fordeling er meget skæv eller har lange haler, kan man få problemer med konvergens, idet Gram-Charlier type A kan resultere i negative sandsynlighedstætheder mens type C kan divergere på anden måde.

Wintersteins (1987,1988) transformation betjener sig af en afbildning mellem en Gaussisk proces og den ikke-Gaussiske proces, der ønskes modelleret. Transformationen vælges som et monotomt voksende polynomium, hvis koefficienter udledes af de observerede momenter, se appendiks C. Hvis man fx kender momenterne op til fjerde orden vælges et tredje grads polynomium. På grund af kravet om entydig afbildning findes der desværre ikke en løsning for alle kombinationer af empiriske momenter, se figur C-1.

Maksimum entropi metoden (MEM) går ud på at maksimere funktionen

$$H = - \int p(x) \ln p(x) dx$$

samtidig med at sandsynligheden $p(x)$ reproducerer de empirisk kendte momenter $E\{X^n\}$. Dette fører til et sæt algebraiske ligninger, der som hovedregel må løses numerisk, se appendiks C. En vigtig egenskab ved MEM er at man kan erstatte eksakt viden om momenterne med stokastiske ligninger. Hvis man betragter et ikke alt for indviklet dynamisk system vil man kunne udnytte

systemmets dynamiske ligning og sandsynlighedsfordelingen af de ydre påvirkninger til at finde en MEM løsning for sandsynlighedsfordelingen af flytningerne (Trećebicki & Sobczyk 1996). Man kan endda finde en tidsafhængig sandsynlighedsfunktion for flytningerne af et system udsat for pludselige påvirkninger, fx jordskælv. Hvis systemet er lineært kan man udvikle Gram-Charlier modeller for flytningerne ved hjælp af en lignende teknik (se Muscolino 1995, Muscolino et al. 1997 og Gullo et al. 1998).

3.3 Simulering af Gaussisk turbulens

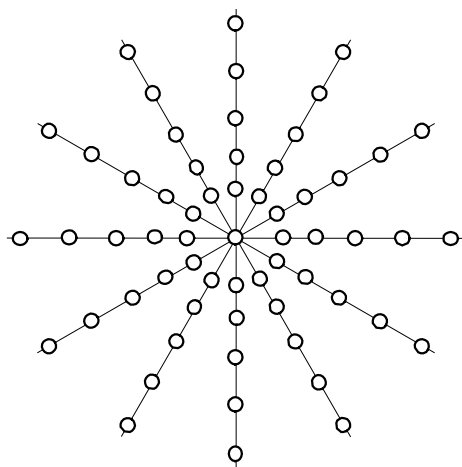
Fremgangsmåden med at udregne en sandsynlighedsfordeling for flytningerne kan vanskeligt gennemføres for et komplekst dynamisk system. Her er den bedste strategi at simulere tidsserier af påvirkningerne, udnytte disse til at simulere dynamisk respons og endelig vurdere risikoen for udmattelse, se kapitel 4.

Fourier simulering af den enkelt tidsserie er skitseret ovenfor i afsnit 3.1. Ønsker man turbulens med rumlig korrelation, kan man enten vælge at simulere flere korrelerede tidsserier i udvalgte punkter eller at simulere kontinuære felter ved hjælp af flerdimensional FFT, se appendiks D.

Veers (1988) valgte den første strategi til at simulere påvirkningerne af en møllerotor og arrangerede knudepunkterne i et polært beregningsnet som vist i figur 3.3-1. Azimutvinklen og tidskridtet i simulationen tilpasses rotorhastigheden, således at vingerne hvert tidskridt bevæger sig til næste knudepunkt. Efter endt simulation kan man så finde vingelasterne ved at flette tidsserierne. Der er mange valgmuligheder for selve turbulensmodellen. Veers (1988) foretrak en ret forenklet udgave byggende på:

- samme hastighedsspektrum i alle knudepunkter,
- reelle krydsspektre, dvs. uden typiske tidsforsinkelser mellem påvirkningerne i de forskellige knudepunkter,
- eksponentiel aftagende kohærens (Davenport 1977), uafhængig af retning.

I virkeligheden afhænger spektret af højden over jordoverfladen, og på grund af middelvindens højdeafhængighed forventes et rumligt udbredt vindstød at ramme konstruktionens øvre dele før de nedre. Man kunne relativt let tage disse forhold i regning, men beregningerne ville kræve mere hukommelse og være langsommere.



Figur 3.3-1: Veers (1988) polære beregningsnet, her vist med 5 radier og 12 azimut vinkler.

Lastberegningerne i kapitel 4 foretages med FLEX4, der normalt startes med en turbulenssimulering i hjælpeprogrammet VINDSIM7, som ligner Veers (1988) model. Krydsspektrene beregnes af formlen:

$$\chi_{ij}(f) = \text{Coh}_{ij}(f) S_{uu}(f)$$

hvor f er frekvensen, $S_{uu}(f)$ er Kaimals (1972) formel for power spektret af hastighedsfluktuationer i vindretningen. Davenports (1977) kohærensformel kan skrives

$$\text{Coh}_{ij}(f) = \exp\left\{-C \frac{f \cdot d_{ij}}{U}\right\}$$

Her er d_{ij} den rumlige separation mellem to knudepunkter, uafhængig af retning, C er en dimensionsløs konstant, typisk $C=12$, og U er middelvindhastigheden i navhøjde. Som led i Fourier simuleringen finder man, vha. Choleski faktorisering (Press et al 1992), kvadratroden af spektralmatricen, se appendiks D.

$$L_{ik}(f) L_{jk}^*(f) = \chi_{ij}(f)$$

Man skal i princippet kende $L_{ij}(f)$ for alle frekvenser, hvilket hurtigt kan blive en omfattende opgave, hvis man arbejder med et stort antal knudepunkter. Imidlertid aftager Davenports kohærensfunktion jævnt som funktion af frekvensen og det samme gør elementerne i faktoreringsmatricen $L_{ij}(f)$. VINDSIM7 nøjes derfor med at dekomponere matricen for et reduceret antal frekvenser og interpolere resultatet.

Der findes andre dekompositionsmetoder end Choleskis. Di Paola (1998) valgte at dekomponere kovariansmatricen efter dens ortogonale egenvektore, en metode der er kendt som singular-value-dekomposition (Press et al 1992). Den øgede regnetid² gør den ikke til et oplagt valg for symmetriske matricer, men metoden har den fordel, at man får kendskab til egenverdierne, der fortæller hvordan variansen er fordelt. I praksis vil variansen ofte være ret ulige fordelt, og man opnår en ret god approksimation, selv om man kun simulerer med relativt få egenvektore. Derved bliver metoden alligevel numerisk effektiv.

Beregningsarbejdet med at faktorisere kovariansmatricer vokser med antallet af knudepunkter i tredje potens. Hvis der ønskes en detaljeret rumlig opløsning vil det til sidst kunne betale sig at benytte flerdimensional FFT til at simulere et kontinuert felt, eller måske flere indbyrdes korrelerede felter (Popescu *et al.* 1999). I stedet for krydsspektralmatricen $\chi_{ij}(f)$ bliver udgangspunktet nu spektraltensoren $\Phi_{ij}(\mathbf{k})$, som er den Fourier transformerede af en flerdimensionale korrelationsfunktion som funktion af bølgetalsvektoren \mathbf{k} . Længden af bølgetalsvektoren svarer til feltets dimensioner, fx tre. En af disse dimensioner kunne være tiden, dvs. at en af bølgetalsvektorens komponenter ville være en frekvens. Man kan også vælge at simulere et rumligt felt og, vha. Taylors hypotese om "frossen turbulens", bruge middelvindhastigheden U til at transformere længderetningen til tid. Mann (1998) Fourier simulerede tredimensionale felter af tre hastighedskomponenter (u, v, w) ved at faktorisere

$$Z_{ik}(\mathbf{k}) Z_{jk}^*(\mathbf{k}) = \Phi_{ij}(\mathbf{k})$$

² Regnetiden ved SVD er omtrent dobbelt så stor som ved Choleski dekomposition.

Modellens spektraltensor $\Phi_{ij}(\mathbf{k})$ blev valgt som en isotrop udgave af von Kar-mans spektrum og konstrueret således at det tredimensionelle hastighedsfelt automatisk blev divergensfrit. Mann (1998) lod derefter vindprofilet deformere hver enkel hvirvler med rapid distortion transformation (RDT) af den ortogona-le proces $Z_{ij}(\mathbf{k})$. Den RDT korrigerede proces fik herved en passende anisotropi, som kunne tilpasses empiriske krydsspektre.

3.4 Simulering af ikke-Gaussisk turbulens

Yamazaki og Shinozuka (1988) foreslog en iteration, hvor man Fourier trans-formerer frem og tilbage mellem tidsserie og spektre, idet man skiftevis korrige-rer sandsynlighedsfordeling og spektrum. Den første korrektion er en simpel afbildning mellem fordelingen af en midlertidig iteration $F[x(t)]$ og den ønske-de sandsynlighedsfunktion $F_T[x]$.

$$x_i^{\text{map}}(t) = F_T^{-1}\{F_i[x_i(t)]\}$$

Den midlertidige sandsynlighedsfordeling kan findes ved at sortere den simule-rede tidsserie og estimere

$$F\{x_{\text{SORT}}[j]\} = j/(N+1), \quad j = 1 \dots N$$

Metoden, se figur 3.4-1a, startes med Fourier simulering hvorefter sandsynlig-hedsfordelingen korrigeres ved den nævnte afbildning og resultatet Fourier ana-lyseres. Afbildningen er ulineær og det resulterende power spektrum $\chi_i^{\text{map}}(f)$ vil i første omgang være forskelligt fra det ønskede $\chi_i^T(f)$. Næste iteration star-tes defor med et korrigeret spektrum.

$$\chi_{i+1}(f) = \frac{\chi_i(f)}{\chi_i^{\text{map}}(f)} \chi_i^T(f)$$

Metoden skulle også virke på felter, idet man blot anvender flerdimensional Fourier simulering og en sandsynlighedskorrektionen, der opererer med margi-nalfordelingen af hver variabel (Popescu *et al.* 1998). Det går ganske godt, må-ske fordi Fourier simulering sikrer krydskorrelationer op til anden orden.

Gurley et al. (1996, 1997) og Gurley & Kareem (1997) benyttede Winter-steins PDF model, der anvender Hermite polynomier til at transformere mellem en Gaussisk proces og den ønskede. Hvis man udvikler til fjerde orden og ønske en fordeling $x(t)$ med længere haler end den normalfordelte $u(t)$ bliver transfor-mationen

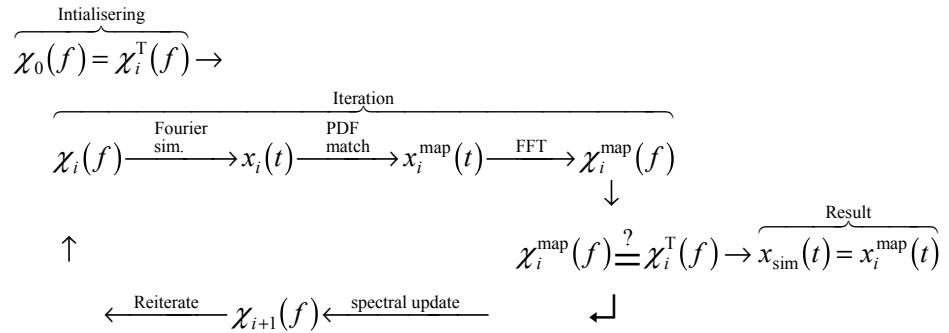
$$x(t) = \alpha \left[u(t) + \tilde{h}_3(u(t)^2 - 1) + \tilde{h}_4(u(t)^3 - 3u(t)) \right]$$

hvor de tre parametre $(\alpha, \tilde{h}_3, \tilde{h}_4)$ kan udledes af de ønskede momenter, se ap-pendiks C. For overskuelighedens skyld er processerne $x(t)$ og $u(t)$ normaliseret til $\mu=0$ og $\sigma=1$. Når koefficienterne er bestemt, kan man transformere mellem $x(t)$ og $u(t)$ og benytte følgende sammenhæng mellem autokorellationer.

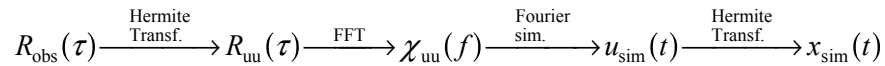
$$R_{xx}(\tau) = \alpha^2 \left[R_{uu}(\tau) + 2\tilde{h}_3^2 R_{uu}^2(\tau) + 6\tilde{h}_4^2 R_{uu}^3(\tau) \right]$$

Correlation distortion metoden, figur 3.4-1b, tager udgangspunkt i autokorrelationen $R_{\text{obs}}(\tau)$ for den observerede proces, der analyseres så man kender Winterstein transformationen til en Gaussisk proces. Autokorrelationen af den Gaussiske proces $R_{\text{uu}}(\tau)$ beregnes ud fra $R_{\text{obs}}(\tau)$ og Fourier transformeres til et power spektrum $\chi_{\text{uu}}(f)$. Man generer nu en Gaussisk tidsserie med almindelig Fourier simulering $u_{\text{sim}}(t)$ og Winterstein transformeres tilbage til den ikke-Gaussiske tidsserie $x_{\text{sim}}(t)$.

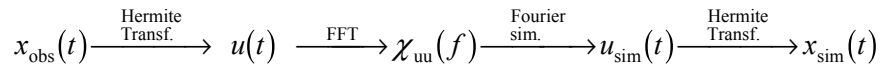
a) Yamazaki-Shinozuka iteration



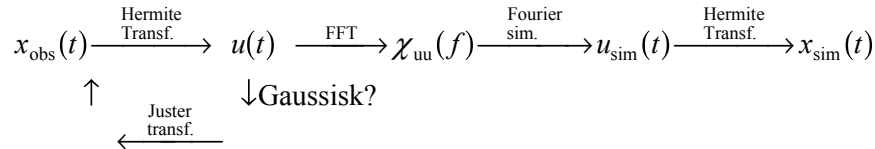
b) Gurley-Karrem-Tognarellis correlation distortion



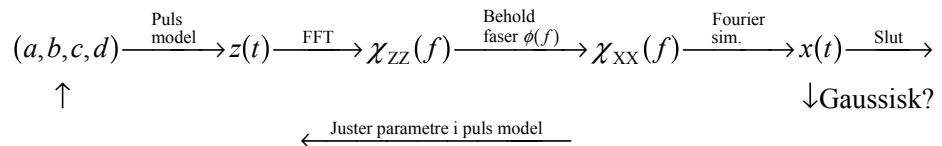
c) Gurley-Karrem-Tognarellis direct transformation



d) Gurley-Karrem-Tognarellis modified direct transformation



e) Seong-Peterka iteration

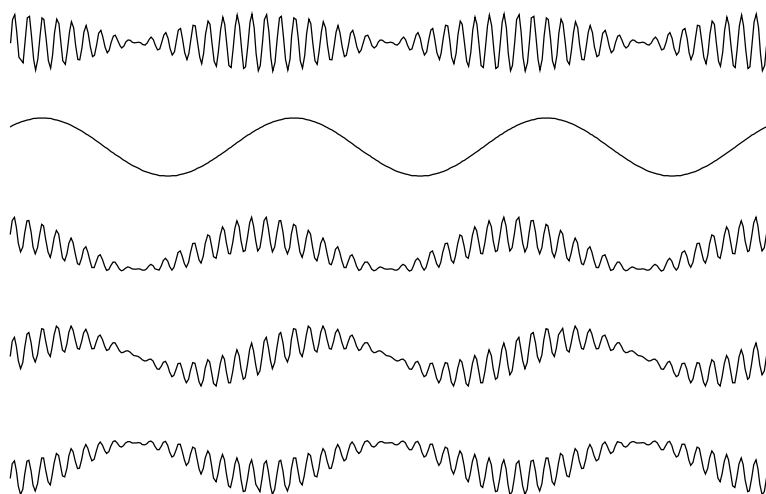


Figur 3.4-1: Forskellige metoder til simulering af ikke-Gaussiske tidsserier, baseret på Fourier transformation.

I direct simulation metoden, figur 3.4-1c, tager udgangspunkt i en målt tidsserie, der transformeres til en Gaussisk tidsserie $u(t)$, hvis power spektrum $\chi_{\text{uu}}(f)$ findes ved FFT, hvorefter der fortsættes som i correlation distortion metoden. Gurley et al. (1996, 1997) var ikke tilfreds med resultatet og foreslog at iterere ved at justere Hermite transformationens parametre indtil hjælpetidsserien $u(t)$ blev tilstrækkelig Gaussisk, se figur 3.4-1d.

Figur 3.4-2 skal illustrere hvordan en Fourier række reproducerer en skæv fordeling. Kombinationen af to næsten ens svingninger giver en modulation på amplituden som vist i det øverste spor. Hvis man yderligere kombinerer med en tredje svingning, hvis frekvens er lig med modulationsfrekvensen kombination-

nen af de to første svingninger, fremkommer svingningsmønstrene vist i de tre nederste spor. Det interessante er at skævheden afhænger af faseforskellene. Ved passende kombinationer af flere svingninger kan man også kontrollere højere ordens momenter og dermed processens sandsynlighedsfordeling³. Faserne er svære at modellere direkte, men Seong og Peterka (1993,1997) fandt på at generere en skævfordelt hjælpeproces $z(t)$. Hjælpeprocessen kan beskrives som: sjældne pulser (Poisson fordelte), med tilfældige amplitude (exponential fordelte), som tidsmidles (første ordens autoregressivt filter) og endelig faseforskydes på en måde, der justerer tidsforløbet af ekstremterne. Ideen var nu at Fourier analysere hjælpeprocessen $z(t)$, kombinere faserne med realistiske amplituder fra det rigtige power spektret $\chi_{xx}(f)$ og til sidst Fourier simulere tidsserien $x(t)$. Parametrene i modellen for $z(t)$ blev justeret indtil sandsynlighedsfordelingen for den Fourier simulerede variabel $x(t)$ fik rimelige momenter. Kumar og Stathopoulos (1997) foreslog at forenkle modellen for hjælpeprocessen $z(t)$.



Figur 4.4-2: Superposition af to oscillationer, en tredje svingning med en frekvens lig med støjfrekvensen samt forskellige kombinationer af alle tre svingninger.

Valg af metode

Hvis man vil undgå iteration og kun har brug for en enkelt tidsserie er correlation distortion metoden nok den bedste (Gurley et al. 1997). Yamazaki-Shinozuka (Y-S) iteration skønnes at være den mest anvendelige af de avancerede metoder, især synes Popescu *et al.* (1998) at være nået langt. Metoden, der er anvendt i dette projekt, var oprindeligt inspireret af Seong og Peterkas (1997) ideer om at kombinere faser fra en skæv proces med amplituder fra et realistisk spektrum, men kom i virkeligheden nok mere til at ligne Y-S iteration. Beregningerne blev implementeret PC programmet iGSIM (ikke-Gaussisk simulering), som kan træde i stedet for FLEX4's normale hjælpeprogram VINDSIM7. Den endelige udgave blev udstyret med Y-S sandsynlighedskorrektion, som virker mere robust end Seong-Peterkas metode med at justere en kunstig hjælpeproces. Faserne blev fundet ved to parallelle Fourier simuleringer, svarende til real og imaginær del af en kompleks variabel, og iGSIMs krav til hukommelse og beregningsarbejdet per iteration vurderes derfor til at være dobbelt så stort

³ Når man kombinerer tre svingninger er det tredje moment det eneste der afhænger af de valgte faser.

ved som i Y-S metoden. Vi har ikke undersøgt om det umiddelbart kan betale sig, fx i form af bedre konvergens.

Det forekom mest enkelt at simulere korrelere tidsserier fordelt over FLEX4s polære beregningsnet, i lighed med VINDSIM7 og Veers (1998). For sammenlignighedens skyld fik iGSIM præcis den samme turbulens model som VINDSIM7, dvs. med Kaimal spektre (1972), Davenport kohærens (1976) uden tidsforskydninger i korrelationerne og en sandsynlighedsfordeling uden højdeafhængighed. Disse begrænsninger vil forholdsvis let kunne fjernes. Man kunne også overveje at forøge regnehastigheden ved at anvende Y-S spektralkorrektion eller Di Paolas (1998) dekomposition efter egenvektore. At gå fra et net af tidsserier til sammenhængende felter ville være en større ændring, men det er afgjort en interessant mulighed, især hvis det kan forenes med Manns (1998) model, der kan simulere et divergensfrit felt af samtlige hastighedskomponenter (u, v, w) med realistisk krydskorrelation. Metoden bag iGSIM er beskrevet i appendiks E, hvor der også gives en vurdering af regnetid og krav til hukommelse. Eksempler på simulering diskuteres nedenfor.

For at spare hukommelse, og af mangel på detailviden, anvender iGSIM samme sandsynlighedsfordeling i alle punkter. Det er nok ikke en særlig realistisk antagelse, idet vi forestiller os at udpræget ikke-Gaussiske turbulens opstår under stabile forhold, hvor man kunne forvente en højdeviation.

Generelle forbehold

Et litteraturstudie tyder på at hovedfeltet af metoder til simulering af ikke-Gaussisk turbulens, bygger på Fourier simulering kombineret med passende justeringer af de marginale sandsynlighedsfordelinger. Måske vil det være på sin plads at nævne et par generelle forbehold overfor denne fremgangsmåde. Gurley et al. (1997) advarer fx om at spektralfordelingen af højere ordens momenter godt kan blive forkerte selvom deres integral er korrekt. Her tænkes fx på bispektret, som kan tolkes som en spektral dekomposition af det tredje momentet.

$$B_{xxx}(f_1, f_2) = \langle \tilde{X}^*(f_1) \tilde{X}^*(f_2) \tilde{X}(f_1 + f_2) \rangle,$$

Her er $\tilde{X}(f)$ er den Fourier transformerede af tidsserien. En anden principiel indvending mod ikke-Gaussisk Fourier simulering er at den kun sikrer at de tidsafledede signaler \dot{X} den rigtige middelværdi og varians, men ikke de højere ordens momenter, fx $E\{\dot{X}^3\}$. Hvis accelerationerne er vigtigere end hastighederne bør man overveje at simulere dem direkte.

3.5 Alternative metoder

Gurley *et al.* (1997) har en ret god gennemgang af nye simuleringsmetoder og nævner bl.a. Volterra rækkeudvikling, neurale netværk og wavelet teori. Her er et ultrakort resume:

- Volterra rækken kan opfattes som en ulineær impuls/respons funktion hvorved man kan simulere en ikke-Gaussisk proces med en Gaussisk.

$$y(t) \equiv \int h_1(\tau) x(t - \tau) d\tau + \iint h_2(\tau_1, \tau_2) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots$$

Jo flere led der medtage i rækken desto mere vokser antallet af tidsdimensioner i overførselsfunktionerne $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$. Disse funktioner kan udledes af krydsspektrum $\chi_{xy}(f)$, kryds bispektrum $B_{xy}(f_1, f_2)$, kryds trispektrum $T_{xxx}(f_1, f_2, f_3)$ osv. ud fra passende eksempler på Gaussisk input $x(t)$ og det ønskede output $y(t)$. Gurley *et al.* (1997) var ikke helt tilfreds med resultatet.

- Neurale netværk er en mindre gennemskuelig men sikkert mere effektiv måde at modellere ulineært respons. Neuronernes interne signaler justeres gennem en træningsperiode, hvorefter netværket kan efterligne den empiriske ikke-Gaussiske sammenhæng.
- I wavelet teori modelleres turbulensen med ortogonale fluktuationerne ligesom FFT. Wavelet funktioner har den fordel at de lettere kan fordele variansen over tiden, og det gør dem velegnede til at simulere instationære processer. Det er nok den alternative simuleringsmetode som Gurley *et al.* (1997) forventer mest af.

De omtalte metoder simulerer tidsserier, men der findes også en anden skole, der fokuserer på ekstreme vindstød⁴. Pedersen (1976) udvalgte et antal sekvenser med vindstød, evt. med flere samtidige signaler (u, v, w), og fandt ortogonale egenfunktioner ud fra den flerdimensionale korrelationsfunktionen. Hver enkel sekvens kunne nu rækkeudvikles efter orthogonale funktioner hvorefter sandsynlighedsfordelingne af de tilhørende dekompositions-koefficienter blev fastlagt. På grund af ortogonaliteten kunne man til sidst simulere realistiske vindstød ved at generere tilfældige koefficienterne i overensstemmelse med deres empiriske fordeling, se også Panofsky, & Dutton (1984).

I forbindelse med ekstremværdier er det også værd at nævne metoder byggede på Rice statistik, hvor den fælles fordeling af signal og tidsafledet (x, \dot{x}) , som typisk antages Gaussisk og ukorreleret, udnyttes til at vurdere sandsynlighed for og varighed af niveauoverskridelser (Kristensen *et al.*, 1991; Bierbooms *et al.*, 1999). Metoden bruges til at estimere den hændelse, der forventes netop en gang i konstruktionens levetid, fx halvtredsårs-stormen.

3.6 Eksempler på simulering med iGSIM

Figur 3.6-1 viser fem tidsserier simuleret med iGSIM. Power spektret er det samme og hver beregning tager udgangspunkt i samme tilfældige faser. Den enkelte tidsserier er tilpasset hver sin sandsynlighedsfordeling, modelleret med Gurley *et al.*'s (1997) forbedring af Winterstein transformationen. Variationen i skævheden fra $S=-3$ til $S=+1$ dækker de fleste tilfælde i databasen og valget af kurtosis er typisk for hver skævhed. Disse tilfælde ligger tæt på den nedre grænse i det område, der er mulig at modellere med den såkaldt "softening" Hermite transformation, se figur C-1. De resulterende sandsynlighedsfordelinger er vist til højre i figuren. Det Gaussiske tilfælde er symmetrisk, mens positiv og negativ skævhed giver længere haler til hver sin side. Hvis man sammenligner tidsserierne kan man genkende typiske forløb, som metode justerer for at opnå de forskellige sandsynlighedsfordelinger. Der er dog ikke tale om simpel transformation, da det ville forvrænge spektrene.

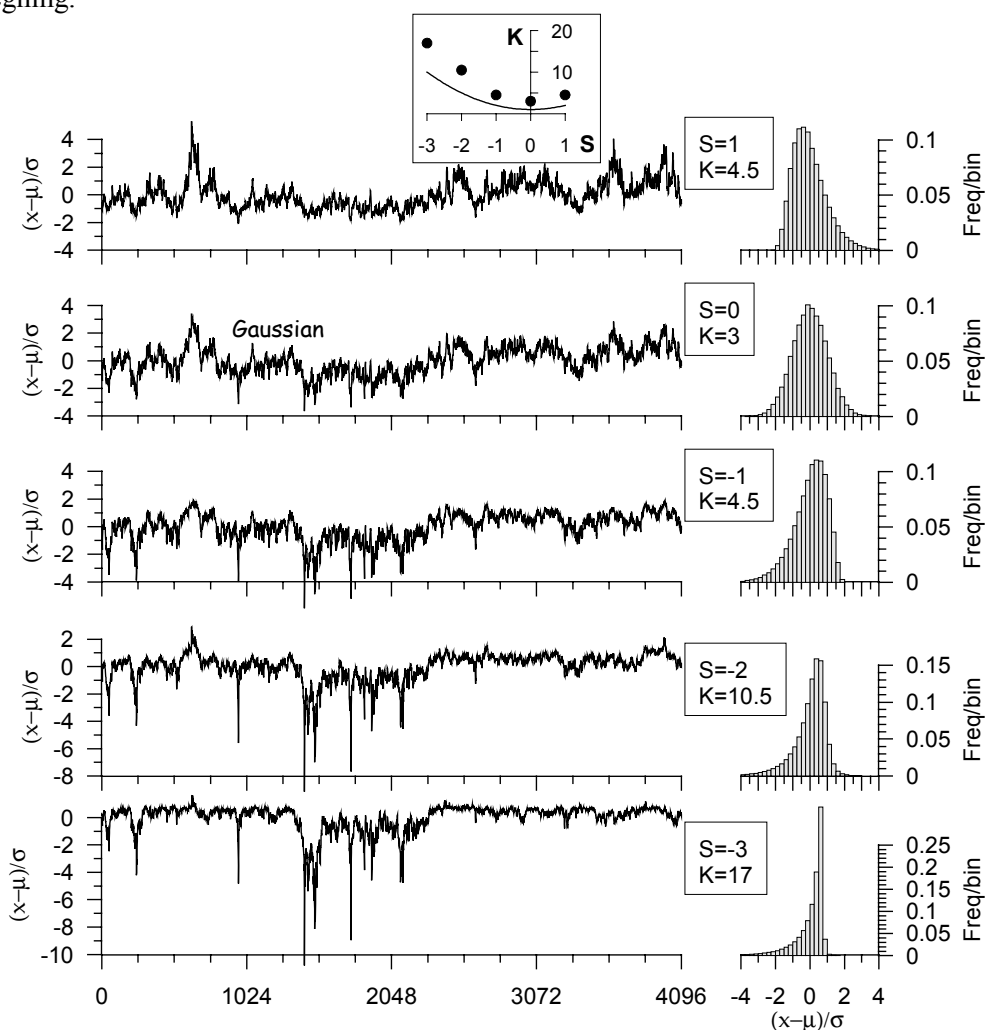
Figur 3.6-2 viser simuleringer med symmetriske sandsynlighedsfordelinger, med variable Kurtosis. De tre øverste er modeleret med Wintersteins transformation, mens de nederste bare er fundet ved at lægge to normal fordelinger sammen. Høj Kurtosis betyder lange haler, hvilket giver kraftige udsving til

⁴ Eng: extreme gusts

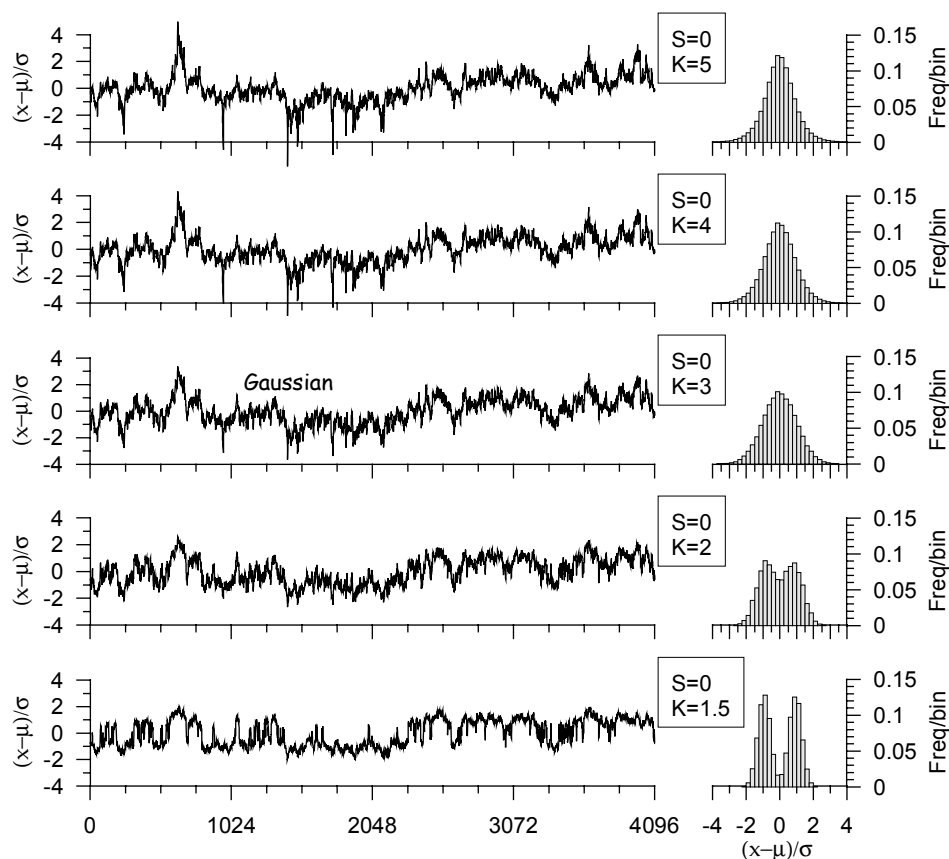
begge sider. I det nederste spor søger processen hele tiden væk fra sin middelværdi.

Figure 3.6-3 viser en efterligning af et af de mest skæve tilfælde i databasen, målt i komplekst terræn (Oak Creek) i en situation med kraftig vind. Turbulensintensiteten er moderat, men der er store vindhuller af kort varighed. Den fysiske årsagen er ikke klarlagt, men vi gætter på at vindhullerne opstår i forbindelse med stabil lavdeling og skærpet højdevariation af middelhastigheden. Vi mener altså at fænomenet falder udenfor klassisk grænselagsturbulens. Det øverste tidsspor i figur 3.6-3 viser målingerne, mens det nederste viser en simulering baseret på den sandsynlighedsfordelingen af observationerne. Tidsskridtet er justeret således at begge tidsserier bliver 10 min lange. Efter inspektion af tidssporene skønnes den simulerede turbulens at være i nogenlunde overensstemmelse med forlægget, måske bortset fra lidt for hyppige meget korte spidser.

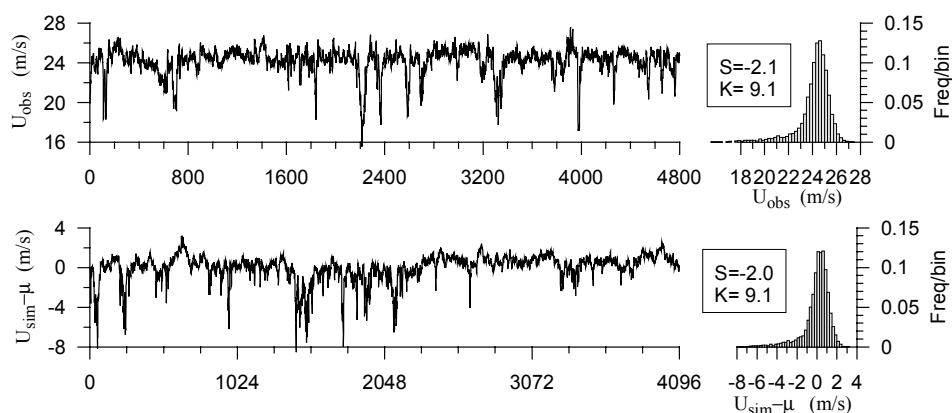
Figur 3.6-4 illustrerer simuleringer af flere serier med rumlige korrelation. Positionerne ligger på linje med indbyrdes afstand på 5m. Kortvarige fluktuationer er næsten ukorrelerede, mens længerevarende fluktuationer kan følges over flere spor, i overensstemmelse med Davenports (1977) kohærens model. Den mistænkte fejl med lidt for hyppige meget kortvarige ekstremer optræder kun lokalt og vil heldigvis få mindre betydning for integrerede laster, fx momenter ved vingeroden. Figuren viser iGSIMs to samtidige simuleringer. Der er ingen systematisk forskel mellem dem, og de vil hver for sig kunne anvendes til lastberegning.



Figur 3.6-1: Simulerede tidsserier med variable skævhed.



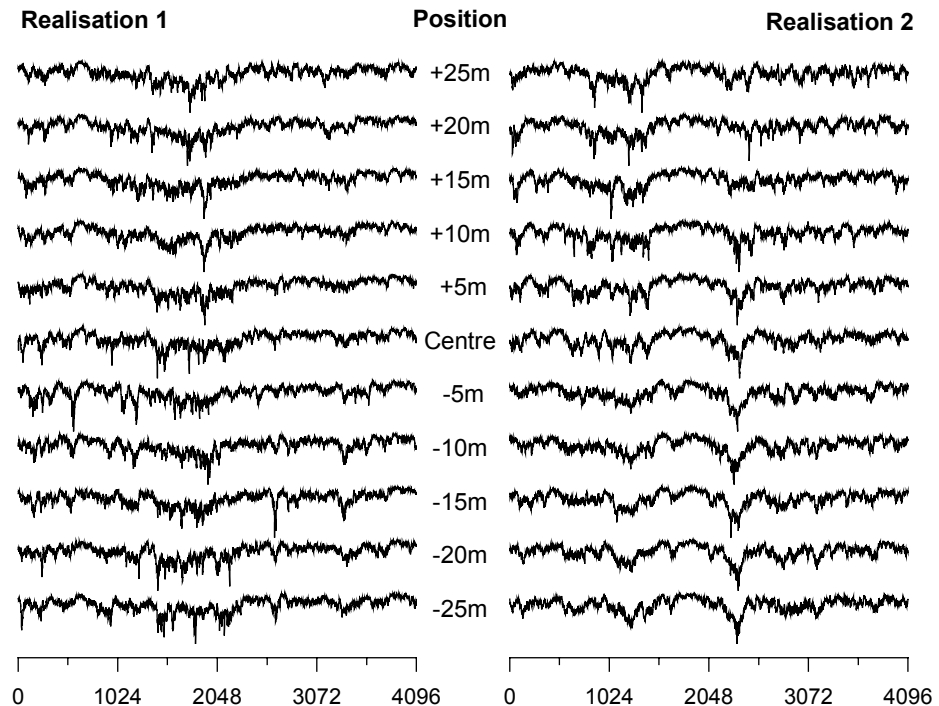
Figur 3.6-2: Simulerede tidsserier med symmetrisk fordelingsfunktion og variable kurtosis.



Figur 3.6-3: Målinger og efterligning af turbulens med stor negativ skævhed.

3.7 Delkonklusion

Vi har fundet en tilfredsstillende metode til at simulere ikke-Gaussisk turbulens og implementeret den i PC programmet iGSIM. Resultaterne kan udskrives i standardformatet for FLEX4, der i kapitel 4 anvendes til at simulere møllesvingninger og udmattelse. Metoden bygger på Fourier simulering af korrelerede tidsserier og er en naturlig forlængelse af metoden bag FLEX4s normale hjælpeprogram VINDSIM7. Tidsserierne tilpasses en på forhånd valgt ikke-Gaussisk sandsynlighedsfordeling gennem en iteration, der samtidig opretholder realistiske spektre og krydskorrelationer.



Figur 3.6-4: Simulering af rumligt adskilte tidsserier af ca. 11 min varighed med middelvindhastighed $U=10$ m/s og en skæv sandsynlighedsfunktion karakteriseret ved $S=-1$ og $K=4.5$

4 Fatigue laster

4.1 Introduktion

Selvom det ikke altid er i overensstemmelse med data, vil man tit for nemheds skyld alligevel antage at turbulensen er Gaussisk. Det letter nemlig analytiske overvejelser om lastrespons og mulighederne for Fourier simulering, se appendiks D.

I dette kapitel vil vi undersøge, hvorvidt strukturelle udmattelseslaster ændres, når turbulensens sandsynlighedsfordeling afviger fra det Gaussiske tilfælde. Vi studerer lastrespons for tre strukturelle emner, nemlig et 1-DOF (1-frihedsgrad) system samt rod- og navlaste på en Vestas V47 mølle.

Responsprocessen af et lineær system vil være Gaussisk, hvis lastprocessen er Gaussisk, men vindlasten afhænger typisk af kvadratet på hastigheden og vil altså af sig selv blive ikke-Gaussisk. Vi har derfor undersøgt om sandsynlighedsfordelingen af responset ændres lige så meget som fordelingen af hastighedsfluktuationerne. Det undersøges ligeledes om den samlede virkning af delvis korrelerede rumligt fordelte laster er mere Gaussiske end laster påført i et enkelt punkt. Det kunne godt tænkes at være tilfældet for vingerodslaster og rotorlaste, hvor påvirkningerne findes ved at integrere over henholdsvis en linje og et areal.

4.2 1-DOF lineært system

Indledning

Bevægelsesligningen for et lineært system med en frihedsgrad (1-DOF) er:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = f(t)$$

hvor ζ er dæmpnings forholdet, ω_0 er udæmpede cykliske egenfrekvens, (x, \dot{x}, \ddot{x}) er responsets position, hastighed og acceleration, og f er en ydre last, der afhænger af tiden t . Responset findes ved at løse ligningen med 4.-ordens Runge-Kutta integration i MathCad®.

- 1-DOF simuleringens modellen verificeres ved at kontrollere om et Gaussisk input signal giver et Gaussisk output. En tidsserie af endelig længde vil have lidt tilfældigt udfald, hvilket påvirker vurderingen af responsets skævhed og kurtosis. Vi har derfor undersøgt, hvor mange simuleringer der kræves, når længden af en tidsserien, af regnetekniske grunde, må begrænses til ca. 5 minutter.
- Sandsynlighedsfordelingen af de ydre påvirkninger kan specificeres ved hjælp af skævhed og kurtosis, og det undersøges hvorledes en ikke-Gaussisk proces transformeres til en ikke-Gaussisk responsproces. Vi har specielt undersøgt *Winterstein (1988)* analytiske (1.-ordens såvel som 2.-ordens) approksimation for en udmattelses last korrektions faktor for Rain-Flow-Counted (RFC) laster hidrørende fra henholdsvis Gaussisk og ikke-Gaussisk lastfordeling.
- Effekten fra det kvadratiske led på vindlasten fra turbulensen på skævhed og kurtosis af last responset undersøges for Gaussisk såvel som ikke-Gaussisk turbulens.

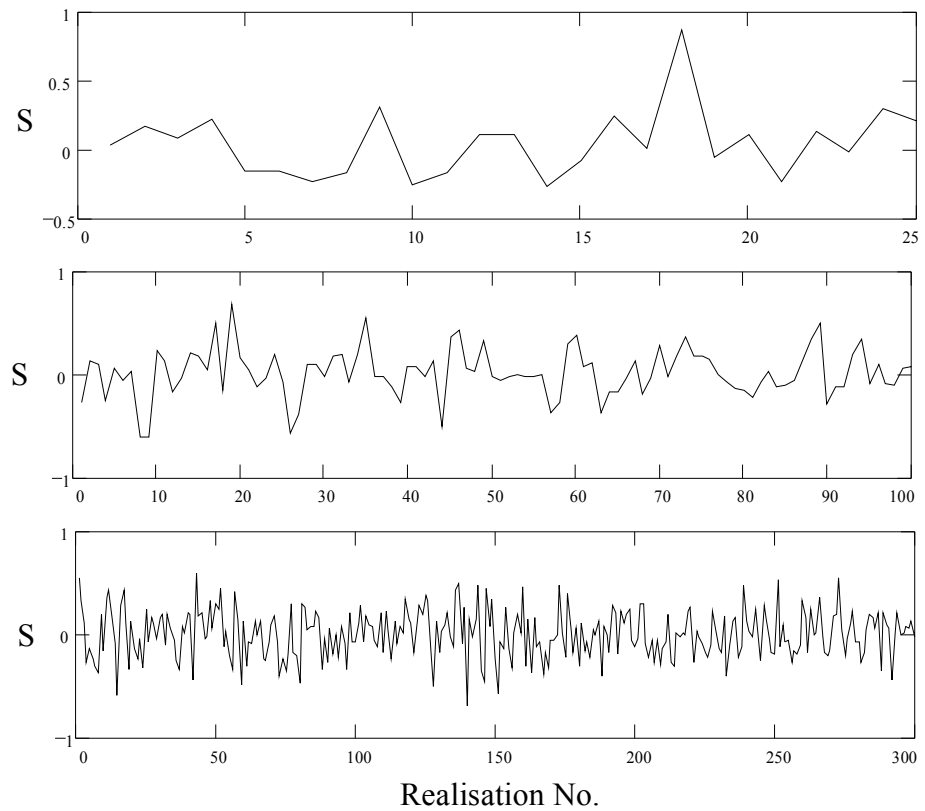
Resultater

Det er undersøgt, hvor stor en variation man kan forvente på skævhed og kurtosis når man betragter 300 sek (5-min) realisationer af turbulensen med almindelig Fourier simulerig, se appendiks D. Figur 4.2-1 og 4.2-2 viser skævhed og kurtosis for henholdsvis 25, 100 og 300 realisationer af turbulens med en intensitet på 15% ved en middelvind på 12 m/s og en længdeskala på 600 m.

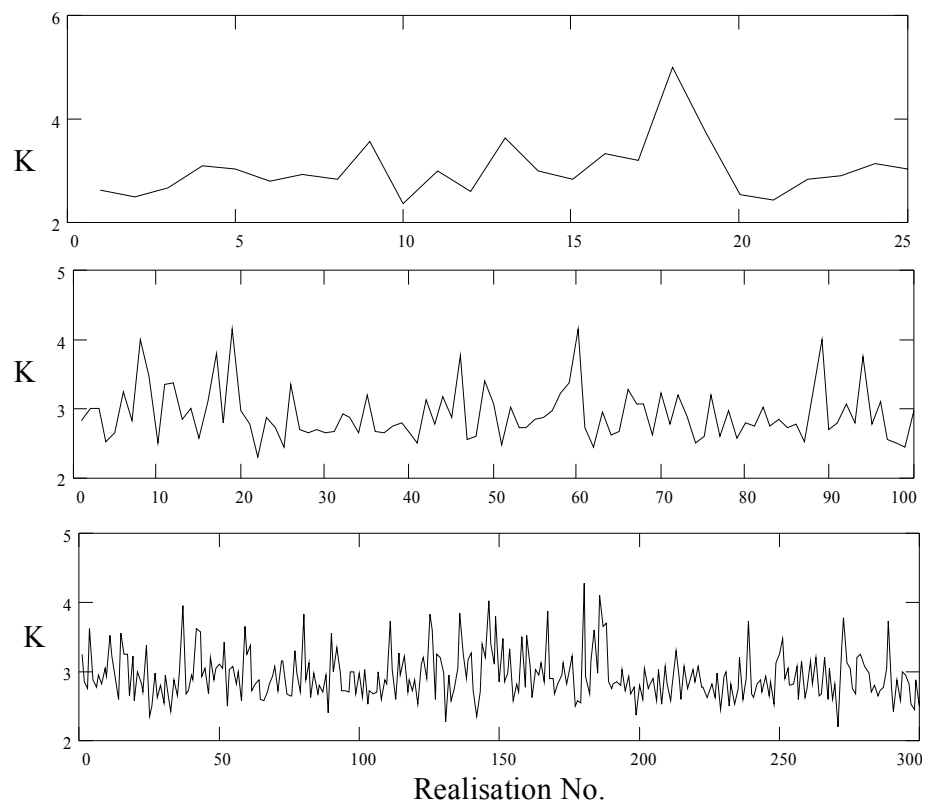
Tabel 4.2-1: Middelværdi og spredning på resultaterne i figur 4.2-1 og 4.2-2 som funktion af antallet af realisationer.

Antal	Skævhed		Kurtosis	
	μ_s	σ_s	μ_k	σ_k
25	0.050	0.243	3.022	0.531
100	0.021	0.234	2.923	0.381
300	0.009	0.231	2.939	0.343

Tabel 4.2-1 giver en oversigt over middelværdi og spredning på estimerne af skævhed og kurtosis. Middelværdierne konvergerer, som forventet, mod det Gaussiske tilfælde $(\mu_s, \mu_k) = (0, 3)$. Standard afvigelsen af skævheden er mindre ($\sigma_s \approx 0.23$) end standard afvigelsen kurtosis ($\sigma_k \approx 0.34$). Dette er i overensstemmelse med Lenschow et al.'s (1994) model, der forudsiger at $\sigma_k \approx \sqrt{3}\sigma_s$ i det Gaussiske tilfælde, se appendiks B. Det vurderes, at der opnås et rimeligt bud på skævhed med blot 25 realisationer, mens der kræves flere realisationer for at vurdere standard afvigelsen af kurtosis.



Figur 4.2-1: Skævhed for 25, 100 og 300 uafhængige realisationer a 300 sekunders "Gaussisk" turbulens.



Figur 4.2-2: Kurtosis for 25, 100 og 300 uafhængige realisationer a 300 sekunders "Gaussisk" turbulens

Simulerings eksempel :

Det omtalte 1-DOF system udsættes for en vind på $U = 12$ m/s overlejret med simuleret turbulens. System beskrives med $\zeta=0.1$, som både dække strukturel og aerodynamisk dæmpning og egenfrekvensen $\omega_0 = 3.14$ rad/s. Den ydre påvirkning beskrives med:

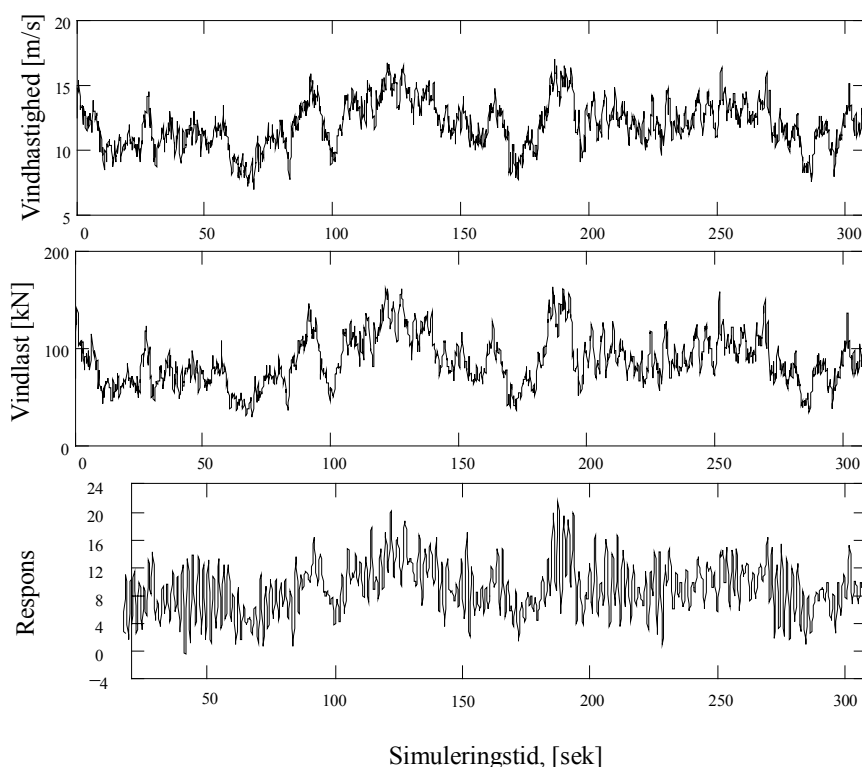
$$f(t) = \frac{1}{2} \rho (U + u)^2 A_R C_T$$

hvor luftens densitet regnes $\rho = 1.25$ kg/m³. De turbulente hastighedsfluktuationer u er i første omgang Gaussiske med en standard afvigelse på $\sigma_u = 1.8$ m/s svarende til turbulensintensitet på $I \approx 15\%$. Møllens rotor areal er $A_R = \pi (23.5\text{m})^2$ og thrust koefficienten sættes til $C_T = 0.55$.

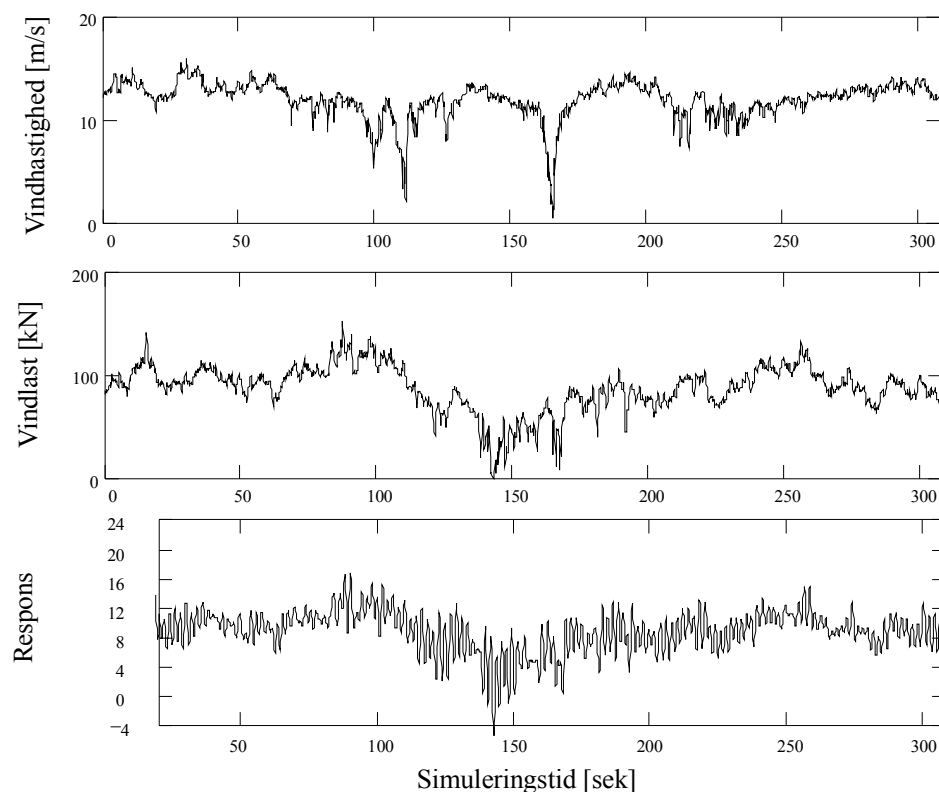
Tabel 4.2-2: Middelværdi og standard afvigelse af skævhed (μ_s/σ_s) og kurtosis (μ_k/σ_k) ved simulering af 1-DOF system udsat for Gaussisk turbulens

		Simulation gruppe				Alle
		1	2	3	4	
Vind	S_U	0.044/0.253	0.049/0.261	-0.004/0.212	-0.062/0.253	0.007/0.246
	K_U	3.025/0.365	2.887/0.341	2.791/0.291	3.033/0.332	2.934/0.344
Respons	S_X	0.385/0.187	0.382/0.235	0.296/0.194	0.345/0.139	0.352/0.192
	K_X	3.219/0.38	3.252/0.754	3.109/0.501	3.182/0.331	3.190/0.514

Tabel 4.2-2 illustrerer, at der med blot 25 simuleringer opnås rimelige bud på middelværdien af skævhed og kurtosis - både for turbulensen u og 1-DOF systemets flytninger x . Standard afvigelsen af turbulensens skævhed $\sigma_{S,U}$ synes vel bestemt, hvorimod standard afvigelsen af de øvrige størrelser varierer noget, specielt for kurtosis af responset $\sigma_{K,X}$. Det ses, at skævheden på responset $\mu_{S,X}$ ikke konvergerer mod nul, hvilket må tilskrives 2.-ordens leddet i vindlasten. Teoretiske overvejelser om dette kan findes i *Gullo et. al. (1998)*.



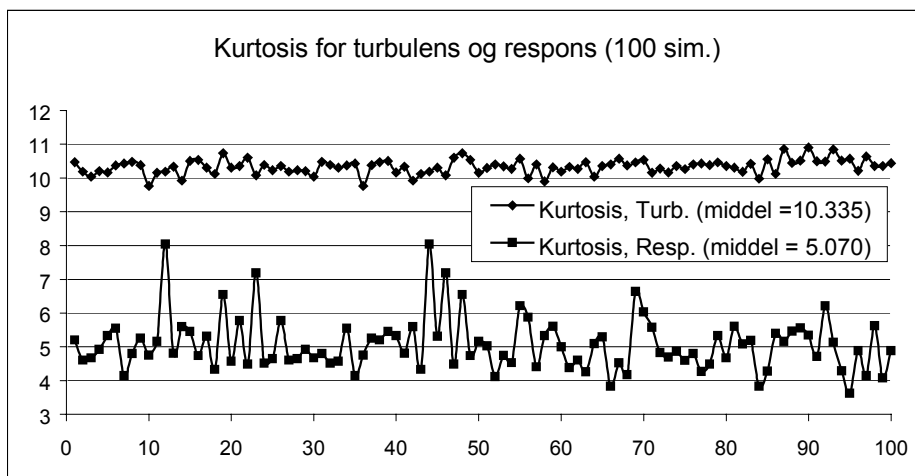
Figur 4.2-3: En typisk simulering med Gaussisk turbulens på 1-DOF system.



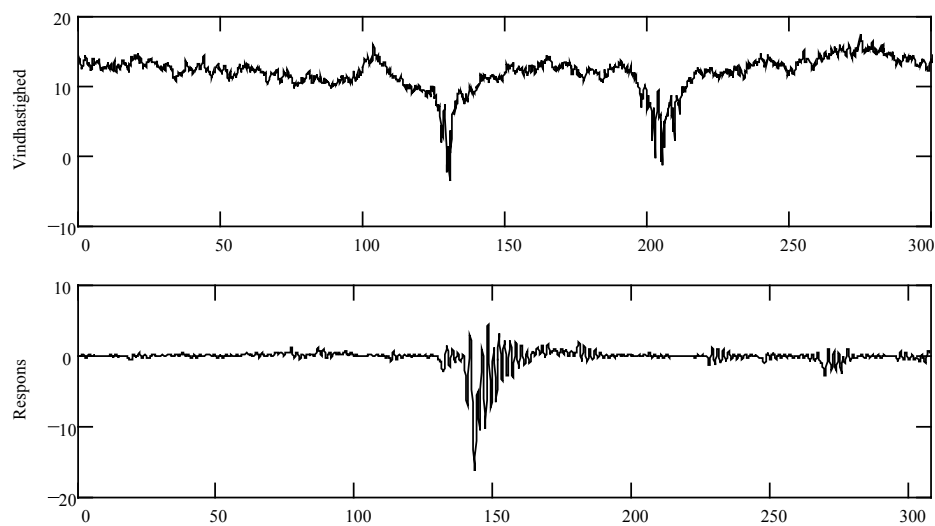
Figur 4.2-4: Typisk simulering med ikke-Gaussisk turbulens på 1-DOF systemet, $(S;K) = (-2;10)$

Figur 4.2-3 viser en typisk simulering med Gaussisk turbulens på 1-DOF systemet og figur 4.2-4 viser en typisk simulering på 1-DOF systemet påført ikke-Gaussisk turbulens med $(S;K) = (-2;10)$. Den negative skævhed opnås ved at der ”trækkes vindhuller” (lulls) i signalet. Sådanne markante vindhuller kan også observeres i virkeligheden, specielt i situationer med stabil atmosfære, se f.eks. vinddata fra Oak Creek i kapitel 2. Om disse vindhuller er kritiske for en konstruktion afhænger af respons karakteren. For 1-DOF systemet synes det ikke at være kritisk, jævnfør RFC resultater nedenfor, men for en pitch reguleret vindmølle kan vindhuller være ligeså kritiske som vindstød (gusts). Signalet i figur 4.2-4 blev opnået ved at specificere en negativ skævhed. Tilsvarende vil man kunne simulere vind med ekstraordinære vindstød ved at specificere en positiv skævhed. Enkelte store vindhuller eller vindstød bidrager væsentligt til standard afvigelsen i signalet, hvorfor vind signaler med stor negativ skævhed vil være karakteriseret ved perioder med lav turbulens intensitet adskilt af dybe vindhuller. Dette vil teoretisk set give anledning til et todelt lastvidde spektrum, hvor det primære bidrag til fatigue skaden vil hidrøre fra de få store last vidder. Denne effekt vil forstærkes for større Wöhler-eksponenter (m).

Figur 4.2-5 viser kurtosis for turbulens og respons af 100 uafhængige simulering. 1-DOF systemet synes at mindske respons fordelings kurtosis, dvs. gøre processen mere Gaussisk.



Figur 4.2-5: Kurtosis for turbulens og respons for 100 simuleringer.



Figur 4.2-6: Endnu et eksempel på simulering af vind og respons.

Tabel 4.2-3: RFC ækvivalente lastvidder.

M	Gaussisk		Ikke-Gaussisk	
	Middel	STD	Middel	STD
1	25.93	1.30	4.35	1.34
2	17.87	0.92	6.14	2.04
3	17.01	0.99	8.25	2.63
4	17.29	1.12	10.08	3.04
5	17.91	1.29	11.60	3.35
6	18.62	1.46	12.84	3.61
7	19.35	1.64	13.88	3.82
8	20.04	1.80	14.75	4.00
9	20.68	1.95	15.49	4.15
10	21.27	2.09	16.13	4.29

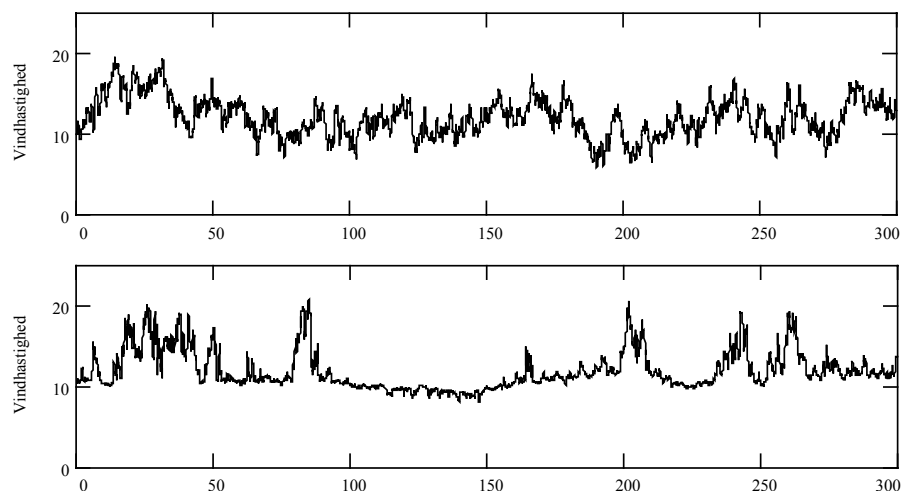
Rain Flow Counting (RFC) for respons af 1-DOF system.

Der er foretaget RFC på responset af 1-DOF systemet påvirket dels af Gaussisk turbulens dels af ikke-Gaussisk turbulens, og der blev foretaget 25 simuleringer for hver. Turbulens intensiteten blev forhøjet til 20 %. Fatigue belastningen udtrykkes ved en RFC ækvivalent lastvidde.

Som det ses af tabel 4.2-3 findes en væsentlig mindre ækvivalent lastvidde ved ikke-Gaussisk turbulens, simpelthen fordi de store lastvidder som følge af vindhuller kun optræder et fåtal gange, hvorimod den øvrige del af signalet er præget af små lastvidder. Dette er som omtalt en direkte konsekvens af, at enkelte store vindhuller bidrager væsentlig til standard afvigelsen i signalet og dermed turbulens intensiteten. Virkningen af ikke-Gaussisk i forhold til Gaussisk turbulens på fatigue skaden kan tænkes at være mere udpræget på en konstruktion med ikke-lineær respons karakter som en pitch reguleret V47-660 kW.

4.3 Laster for pitch reguleret mølle

Der er gennemført 25 simuleringer med henholdsvis Gaussisk og ikke-Gaussisk turbulens på en V47-660 kW maskine med opti-slip® generator. Turbulens intensiteten er sat til 20 %, og der er anvendt et normalt kohærent vindfelt. Der er ligeledes anvendt et 3-dimensionalt vindfelt, men der skelnes kun mellem Gaussisk og ikke-Gaussisk turbulens for komponenten i vindretningen u . Turbulensen i tværretningerne v og w regnes altid Gaussiske og korrelerede med vindretningen. Der er simuleret ved en middelvind hastighed, valgt til 12 m/s og simuleringstiden er sat til 5 min (300 sek). Til simuleringen er anvendt Vestas' simuleringss program VTS (Vestas Turbine Simulator), som er en overbygning af Flex4. Der blev, som med 1-DOF systemet, forsøgt simulering med negativ skævhed, men med den valgte kombination af skævhed og turbulens intensitet opstod der negative vind hastigheder, hvilket gav anledning til program fejl. Derfor er simuleringer gennemført med en positiv skævhed, S , og kurtosis, K , $(S ; K) = (1.4 ; 4.5)$, hvilket giver anledning til flere vindstød end almindeligt. Figur 4.3-1 viser simulationer med henholdsvis Gaussisk og ikke-Gaussisk vind med ovenstående skævhed og kurtosis.



Figur 4.3-1: Gaussisk og ikke-Gaussisk vind med $(S, K) = (1.4; 4.5)$.

Tabel 4.3-1: Forhold mellem RFC ækvivalenter for simulerede ikke-Gaussisk og Gaussisk turbulens, beregnet som middelværdierne af 25 simuleringer.

M	RFC _{ikke-GAUSS} :RFC _{GAUSS}			
	M _{x1}	F _{yR}	M _{xN}	M _{zN}
3	1.13	0.98	1.15	1.18
4	1.16	1.00	1.19	1.23
5	1.19	1.01	1.22	1.26
6	1.20	1.02	1.23	1.29
8	1.22	1.05	1.25	1.32
10	1.23	1.06	1.26	1.34

Det er valgt kun at rapportere fire lastkomponenter, nemlig flapmoment, M_{x1}, i vingerod, rotor trusten, F_{yR}, samt to rotor bøjnings momenter, M_{xN}, og M_{zN}.

Tabel 4.3-1 viser forholdet mellem RFC ækvivalent laster for henholdsvis ikke-Gaussisk og Gaussisk turbulens. De fleste forhold er større end 1 svarer til, og det betyder at RFC ækvivalenten er større for ikke-Gaussisk turbulens end for Gaussisk turbulens. Det er karakteristisk, at forholdet mellem RFC ækvivalenterne stiger for voksende Wöhler eksponent, hvilket virker rigtigt, jævnfør argumentationen ovenfor. Det kan altså konstateres, at for en ikke-lineær konstruktion som V47, vil de få store lastvidder hidrørende fra den ikke-Gaussiske turbulens vægte så meget, at den samlede lastvidde ækvivalent bliver større end den tilsvarende med Gaussisk turbulens.

Tabel 4.3-2: Skævhed og kurtosis for vind og udvalgte laster.

	SKÆVHED		KURTOSIS	
	Gauss.	Ikke Gauss	Gauss	Ikke Gauss
Vind	-0.02	1.40	2.85	4.49
M _{x1} (flap rod moment)	-0.26	0.93	3.08	5.00
F _{yR} (rotor trust)	-0.33	-0.96	2.66	4.08
M _{xN} (rotor bøjning)	-0.01	0.05	3.00	4.58
M _{zN} (rotor bøjning)	-0.04	-0.07	2.93	5.02

Da det med de forhånden værende værktøjer er lidt omstændeligt at udtage skævhed og kurtosis af VTS simulerede laster er tabel 4.3-2 kun baseret på kun 10 simuleringer og indeholder kun middelværdierne, idet det må forventes, at spredningen på kurtosis er forholdsvis stor. Bortset fra dette så ses, at mål-værdierne for både Gaussisk og ikke-Gaussisk vind opnås. Det ses også, at alle udvalgte last komponenter med Gaussisk vind ligeledes er Gaussisk. Rotor trusten trækkes dog en lille smule skæv og får en reduceret kurtosis. For den ikke-Gaussiske vind forøges skævhed på flap momentet næsten proportionalt. Rotor trusten bliver også mere skæv, men med modsat fortegn. Rotor bøjnings momenterne synes upåvirket med hensyn til skævhed. Kurtosis stiger for alle last komponenter. Her skal den store usikkerhed på disse dog tages i regning.

Eksempel med Vestas V39 mølle

Appendiks F indeholder endnu et regneeksempel med en Vestas V39 mølle, udsat for vindfelter med en middelværdi på 12 m/s og en turbulens på 20%. Der genereres først et Gaussisk vindfelt, som dernæst omdannes til et ikke-Gaussisk vindfelt ved hjælp af Wintersteins transformation. Lasterne ved vingeroden simuleres på baggrund af begge typer vindfelter, ved første hovedleje og ved tårntoppen. Heraf fremgår det, at flapmomentet ved vingeroden, samt den aksielle trykkraft og tværkraften på møllen er op til 15 % større for det ikke-Gaussiske end for det Gaussiske vindfelt.

4.4 Delkonklusion

Resultaterne viser en tendens til større udmattelses laster ved skæv/ikke-Gaussisk turbulens end ved Gaussisk turbulens, hvis det vind-påvirkede system (møllen) relativt set opnår større laster ved kraftige vindstød/vindhuller end ved vindstød/vindhuller af mere almindelig karakter. Ved et mere lineært respons a la 1-DOF systemet vil denne effekt ikke være tilstede. Det er dog givet, at møllens regulering, f.eks. pitch hastigheden betyder meget for udmattelses lasterne. Regulerings parametrene for den anvendte V47 er ikke blevet tunet i forhold til den anderledes vind, hvorfor det er svært at drage nogle generelle konklusioner om skæv/ikke-Gaussisk vind og udmattelses laster, i hvert fald for pitch regulerede møller.

5 Konklusion

5.1 Hovedkonklusioner

- Ikke-Gaussisk turbulens forekommer i virkeligheden - dog mest udpræget ved særlige lokaliteter (kapitel 2);
- Projektet har fundet en tilfredsstillende metode til at simulere ikke-Gaussisk turbulens (kapitel 3);
- Projektet har sammenlignet dynamisk respons af systemer udsat henholdsvis for Gaussisk turbulens og turbulens med ekstreme men realistiske ikke-Gaussiske sandsynlighedsfordelinger. Der blev fundet væsentlige forskelle (kapitel 4).

5.2 Resultater

- Vi har undersøgt et omfattende statistisk materiale i DTUs vinddatabase. Databasen indeholder både tidsserier og statistiske størrelser som middel, standard afvigelse, skævhed og kurtosis (μ , σ , S & K) af hvert signal udregnet for perioder på 10 minutters varighed. Statistikken blev brugt til at vurdere afvigelserne fra Gaussisk turbulens. I princippet ville man ved at søge længe nok blandt den enorme mængde af de relativt korte observationsperioder kunne finde tilfældigt opståede mærkværdigheder, også selvom processen faktisk er Gaussisk. Det er nok tilfældet for målingerne fra Lamme-fjorden, en tørlagt fjord, men når det drejer sig om målingerne fra Oak Creek, et bjergigt terræn, virker turbulensen signifikant ikke-Gaussisk. De ekstreme tilfælde fra Oak Creek havde negativ skævhed $S \approx -2$, dvs. større sandsynlighed for vindhuller end for vindstød. Disse signaler stammer fra situationer med høje vindhastighed og stor vertikal forskel i hastighed og turbulensintensitet, som kunne tyde på kraftig atmosfærisk stabilitet. Den meget negative skævhed fandtes i situationer, hvor vindhastighed i den øverste måleposition kortvarigt aftog til en værdi omkring middelværdien af de nederste målinger. Det er desværre ikke lykkedes os at finde en model eller korrelation, der kan forudsige sandsynlighedsfordelingens afhængigheden af terræntype.
- Metoden til at simulere ikke-Gaussisk turbulens blev udarbejdet på baggrund af et grundigt litteraturstudie. Der findes faktisk en del nyttige meto-

der, både til at modellere sandsynlighedsfordelinger og til at simulere turbulens, der samtidig har det rigtige spektrum og den rigtig sandsynlighedsfordeling. En udvalgt metode blev implementeret i PC programmet iGSIM, der kan arbejde sammen med DTUs lastsimuleringsprogram FLEX4. Det nye program er en naturlig udvidelse af FLEX4s normale hjælpeprogram VINDSIM7, der anvender Fourier simulering til at simulere korrelerede tidsserier, arrangeret i et polært beregningsnet. Den ikke-Gaussiske sandsynlighedsfordeling i iGSIM opnås gennem en iteration, der Fourier transformere frem og tilbage mellem tids- og spektraldomæne, mens spektrum og sandsynlighedsfordelinger skiftevis korrigeres.

- Lastsimuleringerne startede med et forenklet system med en enkelt frihedsgrad. Den første undersøgelse gik ud på at undersøge sandsynlighedsfordelingen af det enkelte udfald af en traditionel Fouriersimulering, som for en kort tidsserie godt kan afvige noget fra normalfordelingen - parallelt til problematikken omkring fysiske målinger. For at undgå tilfældigheder blev alle lastberegninger derfor gentaget med flere uafhængige simulationer (typisk 25). Det forenklete system kunne også bruges til at vise, at de voldsomme ekstremværdier ved ikke-Gaussisk turbulens medfører at materialeegenskaberne får større betydning. Der blev regnet på en Vestas V39 og en V47 kW mølle. Sammenligninger af lastberegninger med Gaussisk turbulens ($S=0, K=3$) og realistisk skæv turbulens på ($S=1, K=4$), begge med vindhastighed $U=12$ m/s og turbulensintensitet $I=20\%$, viste at udmattelse-lasterne i det ikke-Gaussisk tilfælde kunne stige med op til 15%. De værste forøgelser blev fundet for bagudbøjende momenter, dvs. "flap moment" ved vingerod og "tilt moment" ved første hovedleje og tårntop. Det er nok svært at generalisere disse resultater, da systemerne er ulineære og begge mølletyper har aktiv pitch regulering, som sikkert kunne optimeres efter turbulensforholdene.

Se også delkonklusionerne i slutningen af kapitel 2, 3 og 4.

5.3 Perspektiver

Projektet har nået sine mål, men der kunne med fordel arbejdes videre på flere områder:

- Det ville være nyttigt at få kortlagt i hvilke landskabstyper man risikere ikke-Gaussisk turbulens, og hvor voldsom afvigelsen vil være. Hovedmistanken går mod bjergområder og situationer med kraftig atmosfærisk stabilitet. Hvis fornemmelsen holder stik, bør man nok interessere sig mere for målinger af temperaturforskelle, stråling og fugtighed, altså forhold der normalt regnes for særlig interessante i forbindelse med vindenergi. Den bedste strategi vil nok involvere en kombination af modeller og dataanalyse. Analysen vil kunne lettes ved at bruge en standardiseret informationskilde, fx DTUs vinddatabase. Det kunne også være nyttigt at indføre en reference placering, hvor man er sikker på at vinden er Gaussisk fordel.
- Simuleringsprogrammet iGSIM opfylder et naturligt mål, nemlig at kunne simulere indbyrdes korrelerede tidsserier i stil med VINDSIM7, blot med en anden sandsynlighedsfordeling. For nemheds skyld anvender iGSIM samme spektrum og sandsynlighedsfordeling i alle beregningspunkter, og der er ingen forsinkelse mellem tidsserierne. Indledende øvelser viser, at det vil være forholdsvis let at fjerne disse begrænsninger. At gå fra et net af tidsserier til tredimensionale felter ville være en mere gennemgribende forbedring. Udgangspunktet skulle være Manns (1998) metode, der kan simulere alle tre hastighedskomponenter (u, v, w) med realistiske korrelationer med lodret

og fremadrettede fluktuationer og samtidig opfylde kravet om divergensfri strømning.

- Lastsimuleringer viser hvordan et mekaniske system reagerer på de valgte tidsserier, og er derfor meget afhængig af konstruktionens dynamiske egenskaber. For at drage brede konklusioner, burde man i virkeligheden gentage øvelsen for langt flere mølletyper i systematisk udvalgte meteorologiske og topografiske situationer. Vi vurderer, at møller med aktiv regulering er særlige følsomme overfor turbulensens karakter, og i den forbindelse ville det være interessant at undersøge, i hvor høj grad man kan reducere den uheldige virkning ved at justere reguleringssystemet.

Tak

Arbejdet blev udført med støtte fra Energistyrrelsen EFP-98 program, under programområdet: Vind. Jørgen Højstrup (nu NEG-MICON) formulerede projektet og bidrog aktivt gennem næsten alle projektets faser. Leif Kristensen vurderede skævheden af tidsserier målt med kopanemometer.

Referencer

- Bendat, J. S. & Piersol, A. G. (1971) *Random data: Analysis and measurement procedures*, Wiley-Interscience, New York.
- Betchov, R. & Larsen, P. S. (1981) A non-Gaussian model of turbulence (soccer-ball integrals), *Phys. Fluids*, **24**, 1602-1604.
- Bierbooms, W., J. B. Dragt and H. Clijne (1999) Verification of the mean shape of extreme gusts, *Wind Energ.* **2**, 137-150
- Biferale, L. (1992) Probability distribution function in turbulent flows and shell models. *Phys. Fluids A*, **5**, 428-435
- Courtney, M.S. (1988), The Lammefjord Experiment. In: *Wind Energy - 2. Proceedings of the 2. Contractors' Meeting. Brussels, 23-24 Nov 1987*. Rasmussen, B.; Caratti, G. (eds.), (Harwood Academic Publishers, Chur (EUR-11519) p. 9-10
- Chaviaropoulos, P.K. (1997) Probabilistic Analysis of Extreme Wind Events, *Wind Engineering*, **21**, 39-159
- Davenport, A.G. (1977), The prediction of the response of structures to gusty wind, In: I. Holland and D. Kavlie and G. Moe and R Sigbjörnsson (eds.): *Safety of Structures under Dynamic Loading*, Norwegian Institute of Technology, Trondheim, 257-284
- Di Paola, M. (1998) Digital simulation of wind field velocity, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **74-76**, 91-109.
- Grigoriu, M. (1993) On the spectral representation method in simulation, *Prob. Engn. Mech.*, **8**, 75-90.
- Gullo, I., Muscolino, G. & Vasta, M. (1998) Non-Gaussian probability density function of SFOF linear structures under wind actions, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **74-76**, 1123-1134.
- Gurley, K. R., Kareem, A. & Tognarelli, M. A. (1996) Simulation of a class of non-normal random processes, *Int. J. Non-Lin. Mech.*, **31**, 601-617.

- Gurley, K. R., Tognarelli, M. A. & Kareem, A. (1997) Analysis and simulation tools for wind engineering, *Prob. Engn. Mech.*, **12-1**, 9-32.
- Hansen, K. S. & M. S. Courtney (1999), *Database on Wind Characteristics*, Report ET-AFM-9901, Department of energy engineering, technical university of Denmark.
- Højstrup, J. (1981) A simple model for the adjustment of velocity Spectra in unstable conditions downstream of an abrupt change in roughness and heat, *Boundary-Layer Meteorol.*, **21**, 341-356
- Højstrup, J. (1982) Velocity Spectra in the unstable planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 2239-2248
- Højstrup, J. (1993) A statistical data screening procedure, *Meas. Sci. Technol.*, **4**, 153-157.
- Højstrup, J., Hansen, K., Pedersen, B. & Nielsen, M. (1999) Non-Gaussian turbulence, in E. Petersen, P. Hjul Jensen, K. Rave, P. Helm & H. Ehmann (eds), *Wind energy for the next millennium. Proceedings. 1999 European wind energy conference (EWEC '99), Nice (FR), 1-5 Mar 1999*, James and James Science Publishers, London, 1999, 1055-1057.
- Johnson, G. E. (1994) Construction of particular random processes, *Proc. IEEE*, **82**, 270-285.
- Kaimal, J. C., J. C. Wyngaard, Y. Izumi and O. F. Côté (1972) Spectral characteristics of surface-layer turbulence, *Quart. J. R. Meteorol. Soc.* **98**, 563-589.
- Kareem, A., Tognarelli, M. A. & Gurley, K. R. (1998) Modeling and analysis of quadratic terms in the wind effect on structures, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **74-76**, 1101-1110.
- Kristensen, L. (1979) On longitudinal spectral coherence, *Boundary-Layer Meteorol.*, **16**, 145-153.
- Kristensen, L., Lenschow, D., Kirkegaard, P. & Courtney, M. (1989) The Spectral Velocity Tensor for Homogeneous Boundary Layer Turbulence, *Boundary-Layer Meteorol.*, **47**, 149-193.
- Kristensen, L., M. Casanova, M. S. Courtney and I. Troen, (1991), Insearch of a gust definition, *Boundary-Layer Meteorol.*, **55**, 91-107.
- Kristensen, L. (1998) Cup anemometer behavior in turbulent environments, *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **15**, 5-17.
- Kristensen L. (2000): Measuring higher-order moments with a cup anemometer, *Atmos. Ocean. Technol.*, In press.
- Lenschow, D. H., Mann, J. & Kristensen, L. (1994) How long is long enough when measuring fluxes and other turbulence statistics, *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **11**, 661-673.
- Mann, J. (1994) The spatial structure of neutral atmospheric surface-layer turbulence, *J. Fluid Mech.*, **273**, 141-168.
- Mann, J. (1998) Wind field simulation, *Prob. Engn. Mech.*, **13**, 269-282.
- Mann, J. (1999) Modelling of the spectral velocity tensor in complex terrain, in A. Larsen, G. L. Larose & F. M. Livesey (eds), *Wind engineering into the 21st century*, Balkema, 257-264.
- Mann, J., Kristensen, L. & Courtney, M. S. (1991) The Great Belt coherence experiment, *Risø-R-596(EN)*, Risø National Laboratory.
- Mortensen, N. G., L. Landberg, I. Troen and E. L. Petersen (1993), Wind atlas analysis and application program (WA^sP), *Risø-I-666(EN)*, Risø National Laboratory.
- Muscolino, G. (1995) Linear systems excited by polynomial forms of non-Gaussian filtered processes, *Prob. Engn. Mech.*, **10**, 35-44.
- Muscolino, G. & Ricciardi, G. and Vasta, M. (1997) Stationary and non-stationary probability density function for non-linear oscillators, *Int. J. Non-Lin. Mech.*, **32**, 1051-1064.

- Panofsky, H. A. and J. A. Dutton (1984) *Atmospheric turbulence, models and methods for engineering applications*, Wiley Interscience, New York,
- Petersen, E. L. (1976) A model for the simulation of atmospheric turbulence, *J. Appl. Meteorol.*, **15**, 571-587
- Popescu, R., Deodatis, G. & Prevost, J. H. (1998) Simulation of homogeneous non-Gaussian stochastic vector fields, *Prob. Engn. Mech.*, **13**, 1-13.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. & Vetterling, W. T. (1989) *Numerical Recipes*, Cambridge University Press.
- Seong, S. H. (1993) *Digital synthesis of wind pressure fluctuations on building surfaces*, Colorado State University.
- Seong, S. H. & Peterka, J. A. (1997) Computer simulation of non-Gaussian multiple wind pressure time series, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **72**, 95-105.
- Shinozuka, M. & Jan, C.-M. (1972) Digital simulation of random processes and its applications, *J. Sound and Vibration*, **25**, 111-128.
- Trećebicki, J. & Sobczyk, K. (1996) Maximum entropy principle and non-stationary distributions of stochastic systems, *Prob. Engn. Mech.*, **11-3**, 169-178.
- Thomsen, K., Petersen, S. M., Petersen, J. T., Øye, S. & Friedrich, M. (1996) Terrain induced loads on pitch regulated wind turbines, *Risø-R-846(EN)*, Risø National Laboratory.
- Veers, P. S. (1988) Three-dimensional Wind Simulation, *SAND88-0152*, Sandia National Laboratories.
- Winterstein, S. R. (1988) Nonlinear vibration models for extremes and fatigue, *J. Engng. Mech. ASSC*, **114**, 1772-1790.
- Yamazaki, F. & Shinozuka, M. (1988) Digital generation of non-Gaussian stochastic fields, *J. Engng. Mech. ASSC*, **114**, 1183-1197.

A Sandsynlighedsfordeling

Den akkumulerede sandsynlighedsfordeling af en stokastisk proces X defineres som

$$F(x) = P\{X \leq x\}$$

hvor x er en bestemt værdi i udfaldsrummet, fx en vindhastighed. Frekvensfunktionen $p(x)$ er den afledede af sandsynlighedsfordelingen

$$p(x) = \frac{d}{dx} F(x)$$

som også kaldes sandsynlighedstætheden og tit omtales ved den engelske forkortelse PDF (probability density function). Flerdimensionale fordelinger beskrives af flerdimensionale frekvensfunktioner $p(x_1, x_2, \dots, x_N)$. Marginalfordelingen for den enkelte komponent kan findes ved at integrere over alle de andre, fx

$$p_1(x_1) = \int p(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_2 dx_3 \dots dx_N.$$

Momenter

En sandsynlighedsfordeling kan også beskrives ved sine momenter, dvs. forventningsværdien af den stokastiske variable opløftet til en given potens $E\{X^p\}$. Man kan finde samtlige momenter ved hjælp af frekvensfunktion $p(x)$

$$E\{X^p\} = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)x^p dx$$

I princippet ville man omvendt være istand til at bestemme frekvensfunktionen hvis man kendte alle momenter. Centrale momenter $E[(X - \mu)^p]$ beregnes enten ved at fratrække middelværdien μ før integrationen eller ved at bruge binomialformlen

$$E\{(X - \mu)^p\} = \sum_{k=0}^p (-1)^k \cdot \binom{p}{k} \cdot E\{X^{p-k}\} \cdot \mu^k$$

hvis første udgaver bliver

$$E\{(X - \mu)^2\} = E\{X^2\} - \mu^2$$

$$E\{(X - \mu)^3\} = E\{X^3\} - 3\mu E\{X^2\} + 2\mu^3$$

$$E\{(X - \mu)^4\} = E\{X^4\} - 4\mu E\{X^3\} + 6\mu^2 E\{X^2\} - 3\mu^4$$

Tredje og fjerde ordens statistik karakteriseres ofte ved skævhed og kurtosis, der defineres som:

$$S = \frac{E\{(X - \mu)^3\}}{\sigma^3} \quad \text{og} \quad K = \frac{E\{(X - \mu)^4\}}{\sigma^4}$$

hvor standardafvigelsen er kvadratroden af variansen, dvs. det andet centrale moment

$$\sigma = E\{(X - \mu)^2\}^{-1/2}$$

Skævhed og kurtosis bliver henholdsvis 0 og 3 for en normalfordeling, og det kan vises at $K \geq S^2 + 1$ for alle fordelinger.

Bevis

Lad X være en centreret stokastisk variabel, $\mu=0$, og betragt en linear kombination af vektoren $\mathbf{X}=(1, X, X^2)$ som skrives $\mathbf{a}^T \mathbf{X}$ hvor \mathbf{a} er en vektor bestående af tre konstanter. Kovariansen af linear kombinationen kan ikke være negativ, dvs.

$$E\{(\mathbf{a}^T \mathbf{X}) \cdot (\mathbf{a}^T \mathbf{X})^T\} = \mathbf{a} E\{\mathbf{X} \mathbf{X}^T\} \mathbf{a}^T \geq 0$$

Kovariansmatricen af \mathbf{X} er

$$E(\mathbf{X} \mathbf{X}^T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sigma^2 \\ 0 & \sigma^2 & E(X^3) \\ \sigma^2 & E(X^3) & E(X^4) \end{bmatrix}$$

og da man har lov til at sætte $\mathbf{a}=(\sigma^4, E(X^3), \sigma^2)$ ses det at

$$E\{(\mathbf{a}^T \mathbf{X}) \cdot (\mathbf{a}^T \mathbf{X})^T\} = -\sigma^8 - \sigma^2 (E\{X^3\})^2 + \sigma^4 E\{X^4\} \geq 0$$

QED

$$\Rightarrow K \geq S^2 + 1$$

Statistiske estimater

Hvis en stokastisk proces er uforanderlig og observeres over tilstrækkelig lang tid, vil man forvente at den observeret middelværdi nærmer sig den teoretiske middelværdi. Momenterne af processen vurderes derfor til

$$E\{X^p\} \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^p$$

hvorefter de centrerede momenter, skævhed og kurtosis kan findes af ovennævnte formler. Hvis der kun er et lille antal observation N til rådighed vil man ofte foretrække

$$E\{(X - \mu)^p\} \cong \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^p, \quad p \geq 2$$

idet man kun dividerer summen med $N-1$ frihedsgrader. Argumentet er at man allerede har brugt den første frihedsgrad til at estimere μ .

Normalfordelingen

Normalfordelingen $N(\mu, \sigma)$, med middel og standard afvigelse μ og σ , har frekvensfunktionen

$$p_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

hvor (μ, σ) er processens middelværdi og spredning. Normalfordelingens centrerede momenter kan udregnes til

$$E\{(X - \mu)^p\} = \begin{cases} 0 & \text{hvis } p \text{ er ulige} \\ \sigma^p (p-1)!! & \text{hvis } p \text{ er lige} \end{cases}$$

hvoraf kan man finde momenterne for den generelle normalfordeling ved

$$E\{X^p\} = \sum_{i=0,2,4,\dots}^p \binom{p}{i} \cdot (i-1)!! \mu^{p-i} \sigma^i$$

Her anvendes binomial koefficient og dobbeltfakultet der defineres som

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad \text{og} \quad n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \dots$$

De første momenter i normalfordelingen $N(\mu, \sigma)$ bliver således

$$\begin{aligned} E(X) &= \mu & E(X^4) &= \mu^4 + 6\mu^2\sigma^2 + 3\sigma^4 \\ E(X^2) &= \mu^2 + \sigma^2 & E(X^5) &= \mu^5 + 10\mu^3\sigma^2 + 15\mu\sigma^4 \\ E(X^3) &= \mu^3 + 3\mu\sigma^2 & E(X^6) &= \mu^6 + 15\mu^4\sigma^2 + 45\mu^2\sigma^4 + 15\sigma^6 \end{aligned}$$

B Usikkerhed på skævhed og kurtosis

Lenschow et al. (1994) udførte et studie af statistiske fejl på atmosfæriske målinger over en endelige periode. Fejlene på momenter og flukse blev vurderet ved hjælp af eksakte eller tilnærmede analytiske udtryk og illustreret med turbulensmålinger fra fly. Vi skal her referere den anslåede usikkerhed på estimerne af skævhed og kurtosis - to begreber der bliver flittigt brugt i nærværende rapport. Forfatterne fandt at estimerne havde beskeden bias, men en i visse tilfælde betydelig spredning. Man udviklede en metodik, der muliggjorde beregning af momenter af Gaussiske signaler, og som model for et ikke-Gaussisk signal valgtes følgende transformation

$$x(t) = \xi(t) + a(\xi^2(t) - E\{\xi^2\})$$

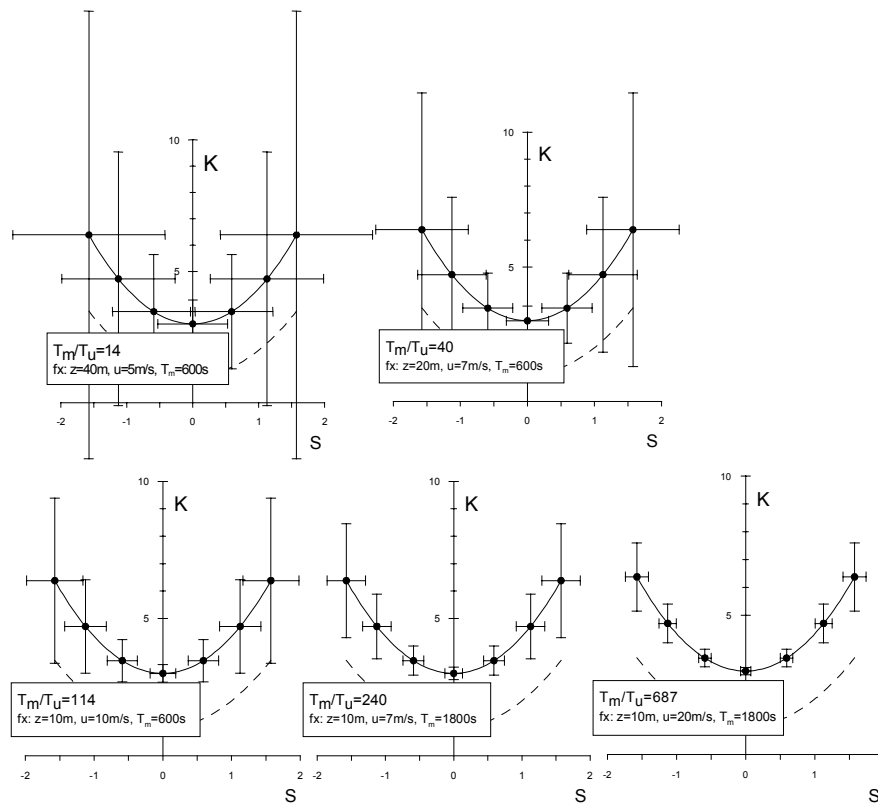
hvor $\xi(t)$ tilhører en normalfordeling og parametren a kontrollerer skævheden. Skævhed og kurtosis blev beregnet til

$$S = \frac{2a(3+4a^2)}{(1+2a^2)^{3/2}} \quad \text{og} \quad K = \frac{3(1+20a^2+20a^4)}{(1+2a^2)^2}$$

Autokorrelation af $\xi(t)$ blev for nemheds skyld beskrevet med en eksponentialfunktion med tidsskalaen T_u hvorved variansen af skævhed og kurtosis for $x(t)$ observeret over perioden T_M blev vurderet til

$$\sigma_{S(a,T_U,T_M)}^2 \approx \frac{2(2+95a^2+908a^4+2670a^6+3792a^8+1344a^{10})}{(1+a^2)(1+2a^2)^4} \frac{T_U}{T_M}$$

$$\sigma_{K(a,T_U,T_M)}^2 \approx \frac{12(1+404a^2+11828a^4+88768a^6+240264a^8+285984a^{10}+86304a^{12})}{(1+a^2)(1+2a^2)^5} \frac{T_U}{T_M}$$



Figur B-1: Sammenhæng mellem skævhed S og kurtosis K for processer af typen $x = \xi + a\xi^2$ samt spredningen på korttidsestimaterne for forskellige målesituationer. Kurverne er beregnet efter udtryk i Lenschow et al (1994). Den stiplede kurve viser grænsen $K \geq 1 + S^2$

De fuldt optrukken kurver i figur B-1 viser sammenhængen mellem skævhed og kurtosis beregnet med varierende værdier af a . Diagrammet gentages for forskellige forholdet mellem måleperiode T_m og integralskala $T_u \approx 5.24z/u$ hvorved

spredningerne σ_s og σ_k bliver forskellige. Kurven går gennem (S,K)=(0,3) svarende til en Gaussisk proces $a=0$, hvor de forventede varianser bliver $\sigma_s^2=4T_u/T_m$ og $\sigma_k^2=12T_u/T_m$. Spredningerne kan bruges til at vurdere om ekstreme korttidsfordelinger er forenelig med en tyder på at processen er *signifikant* ikke-Gaussisk - omend ikke helt stringent, da de enkelte tidsserier ikke er fuldstændig uafhængige eller målt under identiske forhold. Skulle man alligevel give et bud på om fx en skævhed på $S=1$ i en ud af tusind observationsperioder vil forkaste nulhypotesen om Gaussisk turbulens, kunne man sammenligne med 99.9% fraktilen af en normalfordeling $\approx 3.1\sigma_s$. I dette eksempel svarer det til grænsen $T_m/T_u=38$, som man altså skal ligge et pænt stykke over for at forkaste nulhypotesen. Figuren viser at man generelt bør være forsigtig med at konkludere ud fra observationer ved lav vindhastighed, stor målehøjde og kort observationsperiode.

C PDF modeller

Gram-Charlier modellen

Gram-Charliers PDF model anvender en rækkeudvikling omkring normalfordelingen. Her udnyttes en speciel ortogonalitet ved Hermite polynomiet $He_n(x)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2} He_m(x) \cdot He_n(x) dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ n! \sqrt{2\pi} & m = n \end{cases}$$

hvor Hermite polynomiet af orden n defineres som

$$He_n(x) = (-1)^n e^{x^2/2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2/2})$$

og lettest beregnes af rekurensformlen

$$He_{n+1}(x) = x \cdot He_n(x) - n \cdot He_{n-1}(x)$$

startende med $He_0(x)=1$ og $He_1(x)=x$. Gullo *et al.* (1998) angiver Gram-Charlier type A som

$$p_A(x) = p_G(x) \left[1 + \sum_{j=3}^{\infty} \frac{b_j}{j! \sigma^j} He_j\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \right]$$

hvor $p_G(x)$ er frekvensfunktionen for normalfordelingen $N(\mu, \sigma)$. Koefficienterne b_j findes af de statistiske momenter ved hjælp af formlerne

$$k_1 = \mu, k_2 = \sigma \text{ og } k_p = E\{X^p\} - \sum_{i=1}^{p-1} \binom{p-1}{i} k_{p-i} E\{X^i\} \text{ for } p \geq 3$$

$$b_0 = 1, b_1 = b_2 = 0 \text{ og } b_p = k_p - \sum_{i=3}^{p-3} \binom{p-1}{i} k_{p-i} b_i \text{ for } p \geq 3$$

Denne approksimation går mod den virkelige frekvensfunktionen, når man inkluderer uendelig mange led i Gram-Charlier rækken. I praksis vil man ofte være nødt til at afbryde rækken fordi man kun kender de første momenter. Hvis processens er meget forskellig fra en normalfordeling vil man få den ubehagelige overraskelse at approksimationen kun er præcis nær middelværdien, mens halerne afviger fra den empiriske fordeling. Man risikerer endda at få negative sandsynligheder.

Som alternativ foreslog Gullo *et al.* (1998) at bruge Gram-Charlier type C rækken, der defineres som:

$$p_C(x) = \exp \left[\sum_{j=0}^{\infty} \gamma_j \text{He}_j \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]$$

Type C koefficienterne γ_j kan findes ud fra type A koefficienterne b_j ved at løse ligningssystemet

$$\sum_{j=1}^n j \gamma_j \left[\sum_{k=0}^{i+j-2} \frac{1}{k!} \Delta_{i-1,j-1,k} \cdot \frac{b_k}{\sigma^k} \right] + (i-1) \cdot \frac{b_{i-2}}{\sigma^{i-2}} = 0$$

som skal forstås som n ligninger ($i=1 \dots n$) med n ubekendte γ_j ($j=1 \dots n$). Det bemærkes at man skal kende b_j helt op til ordnen $2(n-1)$. Koefficienterne i den indre sum er givet ved

$$\Delta_{i,j,k} = \begin{cases} \prod_{\alpha=i,j,k} \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(\beta-\alpha+1)} & \text{for } i+j+k \text{ lige, } \beta \geq i,j,k \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

med $\beta = (i+j+k)/2$. Type C approksimationen vil per definition altid være positivt, men desværre kan der opstå uheldige singulariteter, hvor frekvensfunktionen $p_C(x)$ går mod uendelig. Gram-Charlier rækker kan være nyttige, men de bør ikke bruges kritikløst.

Moment baseret PDF transformation

Winterstein (1987,1988) foreslog at modellere sandsynlighedsfordelingen med en transformation mellem en ren Gaussisk proces $Y \in N(0,1)$ og den interessante ikke-Gaussiske proces X . Relationen mellem de to frekvens-funktioner vil da være

$$p_X(x) = p_Y(y) \frac{dy}{dx}$$

Hvis man ønsker en model, der matcher de fire første momenter, er det naturligt at vælge et tredjegrads polynomium. Winterstein (1987,1988) skelner mellem det "blødgørende" (softening) og "hærdende" (hardening) tilfælde hvor fordelings haler gøres henholdsvis større og mindre. I det første tilfælde, som er det mest interessante i forbindelse med turbulens, vælges $y=f(x)$ og i sidstnævnte vælges $x=f(y)$. For at opnå visse regnemæssige lettelser standardiseres processens og man anvender igen Hermite polynomierne:

$$\begin{aligned} \frac{X-\mu}{\sigma} &= \alpha \left(Y + \sum_{n=3}^N \tilde{h}_n \text{He}_{n-1}(Y) \right) \\ &= \alpha \left(Y + \tilde{h}_3(Y^2 - 1) + \tilde{h}_4(Y^3 - 3Y) + \dots \right) \end{aligned}$$

Wintersteins transformation kan udledes ved at udtrykke de standardiserede momenter $E\{(X-\mu)^n\}/\sigma^n$ som funktion af parametrene α, \tilde{h}_n . Det gøres ved sætte højresiden af ligningen i den ønskede potens og indsætte forventningsværdien fra normalfordelingens momenter. Hvis man nøjes med de første fire momenter får man

$$\begin{aligned}
1 &= \alpha^2(1 + 2\tilde{h}_3^2 + 6\tilde{h}_4^2) \\
S_X &= \alpha^3(8\tilde{h}_3^3 + 108\tilde{h}_3\tilde{h}_4^2 + 36\tilde{h}_3\tilde{h}_4 + 6\tilde{h}_3) \\
K_X &= \alpha^4(60\tilde{h}_3^4 + 3348\tilde{h}_4^4 + 2232\tilde{h}_3^2\tilde{h}_4^2 + 60\tilde{h}_3^2 \\
&\quad + 252\tilde{h}_4^2 + 1296\tilde{h}_4^3 + 576\tilde{h}_3^2\tilde{h}_4 + 24\tilde{h}_4 + 3)
\end{aligned}$$

som, med lidt besvær, kan løses numerisk (Gurley et al. 1997). For beskedne afvigelser fra det Gaussiske tilfælde foreslog Wintersteins (1988) oprindeligt den tilnærmede løsning:

$$\begin{aligned}
\tilde{h}_3 &= S_X \left(4 + 2\sqrt{1 + \frac{3}{2}(K_X - 3)} \right)^{-1} & \tilde{h}_4 &= \frac{1}{18} \left(\sqrt{1 + \frac{3}{2}(K_X - 3)} - 1 \right) \\
\alpha &= (1 + 2\tilde{h}_3^2 + 6\tilde{h}_4^2)^{-1/2}
\end{aligned}$$

Når koefficienterne er kendte kan man finde den Gaussiske variabel y for en given værdi af x , ved at løse tredjegrads ligningen. Det giver

$$\begin{aligned}
y &= \left(\sqrt{\xi(x)^2 + c} + \xi(x) \right)^{1/3} - \left(\sqrt{\xi(x)^2 + c} - \xi(x) \right)^{1/3} - a \\
\xi(x) &= \frac{3b}{2} \left(a + \frac{x - \mu}{\sigma} \right) - a^3
\end{aligned}$$

med $a = \tilde{h}_3(\tilde{h}_4)^{-1}$, $b = \tilde{h}_3(3\tilde{h}_4)^{-1}$ og $c = (b - 1 - a^2)^3$. Hermed er sandsynlighedsfordelingen $p(x)$ fastlagt. Metoden er mere besværlig end Gram-Charlier rækkeudvikling, men skulle ifølge Gurley et al. (1997) give et bedre resultat, især hvis man kan løse de ulineære ligninger for \tilde{h}_3 og \tilde{h}_4 . For at undgå flertydighed må transformationen være en monotomt voksende funktion, hvilket medfører at den afledte funktion, et andengrads polynomium, ikke har nulpunkter. For det "softening" tilfælde får man betingelsen $\tilde{h}_3^2 < 3\tilde{h}_4(1 - 3\tilde{h}_4)$, der omregnet til (S, K) svarer til det hjerteformede definitionsområde i figur C-1. For det "hardening" tilfælde angiver Winterstein (1987) betingelsen $16S^2 < 9(3 - K)(5 + K)$ som sammen med den absolutte nedre grænse $K > 1 + S^2$ giver det linseformede område nederst i figuren. Figuren skitserer de kombinationer af S og K der kan findes i databasen. Disse tilfælde er på grænsen af det område, der kan beskrives med en fjerde ordens "softening" Winterstein transformation.

PDF ved maksimum entropi metode

En anden metode til at fastlægge sandsynlighedsfordelingen, er at maksimere Shannons entropifunktion

$$H = - \int p(x) \ln p(x) dx$$

under hensyntagen til den tilgængelige information. I den klassiske maksimum entropi metode (MEM) antages det at man kender alle momenter $E\{x^n\}$ op til N te orden. Løsningen findes ved at indføre en Lagrange multipliar λ_n for hver af randbetingelserne og optimere funktionen

$$\tilde{H}[f(x)] = - \int f(x) \ln f(x) dx + \sum_{n=0}^N \lambda_n \left(\int x^n f(x) dx - E\{x^n\} \right)$$

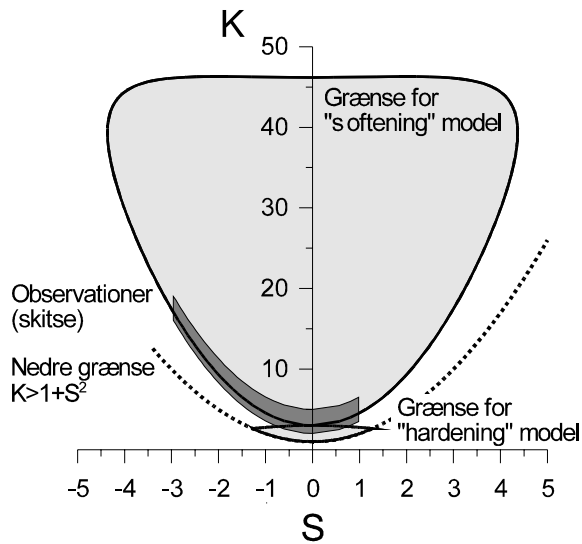


Figure C-1: Kombinationer af skævhed og kurtosis der er kan modelleres med fjerde ordens Hermite-polynomier, samt den teoretisk nedre grænse og det omtrentlige område, der dækker halvtimes statistikkerne i databasen.

Den optimale løsning $f(x)$ til problemet bliver altså den N 'te ordens MEM approksimation til frekvensfunktionen $p(x)$, givet ved

$$f(x) = C \cdot \exp \left\{ - \sum_{n=1}^N \lambda_n x^n \right\}, \quad C = \exp [- (\lambda_0 + 1)]$$

De ukendte Lagrange multipliers λ_n findes ved at løse de $N+1$ ligninger

$$\int x^n f(x) dx = E \{ x^n \}, \quad n = 0, 1, \dots, N$$

som desværre er ulineære. Metoden kan udvides på forskellige måde, fx kan man finde flerdimensionale fordelinger

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = C \cdot \exp \left\{ - \sum_{n_1+n_2+\dots+n_k=1}^N \lambda_{n_1, n_2, \dots, n_k} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k} \right\}$$

ved at løse ligninger for alle blandede momenter op til den ønskede orden

$$\int x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k} f(x) dx = E \{ x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k} \}, \quad n_1 + n_2 + \dots + n_k = 0, 1, \dots, N$$

Trećbicki og Sobczyk (1996) demonstrerer endvidere at MEM kan bruges til at løse stokastiske differentialligninger. Her erstattes den eksakte viden om de statistiske momenter med ligninger for deres indbyrdes relationer. Som et eksempel på hvor nyttigt dette kan være, kan man tænke på et svingende system, karakteriseret ved flytning, hastighed og acceleration $(x_1, x_2, x_3) = (x, \dot{x}, \ddot{x})$, med ulinear stivhed og dæmpning, og udsat for tilfældige ydre påvirkninger. Der kan endda findes en tidsafhængig PDF for instationære processer, fx flytningerne af en konstruktion der oprindeligt er i hvile, men pludselig anslås af tilfældige ydre påvirkninger fra jordskælv eller lignende.

D Fouriersimulering

Ønskes turbulens med rumligt korrelation kan man enten vælge at simulere mange korrelerede tidsserier eller at simulere et sammen-hængende felt. For at forstå den første metode vil vi betragte kovariansen af to serier x_i og x_j med tidsforskydning Δt . Denne funktion opfylder symmetrien

$$R_{ij}(\Delta t) = R_{ji}(-\Delta t)$$

Dens Fourier transformere, som kaldes krydsspektret, er derfor Hermite symmetrisk

$$\chi_{ij}(f) = \chi_{ji}^*(f)$$

hvor * betyder kompleks konjugeret. Fourier koefficienten $X_i(f)$ svarende til tidsserien $x_i(t)$ kan opfattes som en stokastiske variable, der er korreleret med koefficienterne til de andre processer gennem en $N \times N$ dimensionale kovariansmatrix $\chi_{ij}(f)$. Korrelerede stokastiske variable kan simuleres med Karhunen-Loèves metode (Johnson, 1994)

$$X_i(f) = \sum_{k=1}^N L_{ik}(f) \cdot \zeta_k(f)$$

hvor variablene $\zeta_k(f)$ er indbyrdes ukorrelerede med enhedsvarians og middelværdi nul og matricen $L_{ik}(f)$ er "kvadratroden" af kovariansmatricen

$$L_{ik}(f) L_{jk}^*(f) = \chi_{ij}(f)$$

Denne ligning har mange løsninger. En af disse er Choleski's dekomposition (Press *et al*, 1989) som ifølge Shinozuka & Jan (1972) er vil være mulig fordi kovariansmatricen er ikke-negativ definit. Algoritmen er som følger:

```

for j=1 to N do
begin
  for i=1 to j-1 do  $L_{ij}(f) = 0$ 
   $L_{jj}(f) = \sqrt{\chi_{jj}(f) - \sum_{l=1}^{j-1} L_{jl}(f) L_{jl}^*(f)}$ 
  for i=j+1 to N do  $L_{ij}(f) = (\chi_{ij}(f) - \sum_{l=1}^{j-1} L_{il}(f) L_{jl}^*(f)) / L_{jj}(f)$ 
end

```

Choleski dekomposition resulterer i en triangulær matrice, der er bekvem at regne med. Programbiblioteker har normalt kun implementeret algoritmen for reelle tal, men den kan let modificeres så den også kan regne med komplekse. I visse situationer er det dog unødvendigt at regne komplekst, fx hvis der ikke er nogen typisk tidsforskel mellem signalerne. Herved bliver kovariansfunktionerne være symmetriske $R_{ij}(\Delta t) = R_{ji}(-\Delta t)$, og krydsspektre $\chi_{ij}(f)$ og Choleski faktorisering $L_{ij}(f)$ vil bestå af lutter reelle værdier. Tidsserierne x_i kan nu findes ved invers Fourier transformation.

$$x_j(t) = \sqrt{\Delta f} \sum_{k=0}^{M-1} X_j^k \exp[i \cdot k \Delta f t], \text{ for } j = 1 \dots N$$

$$\text{med } X_j^k = \sum_{l=1}^N L_{jl}(k \Delta f) \cdot \zeta_l$$

hvor M er længden af tidsserien og N er antallet af tidsserier. Frekvenserne bestemmes af $f_k = k\Delta f$, hvor det mindste frekvensspring, Nykvist frekvensen, er bestemt af længden af tidsserien $\Delta f = 2\pi/T$. Grigoriu (1993) argumenterer for, at man bør vælge Gaussisk input $\zeta_k \in N(0,1)$, hvis man vil sikre sig at tidsserien bliver Gaussisk. Denne bekymring er ikke aktuel i nærværende sammenhæng, så vi kan lige så godt anvende den alternative metode $\zeta_k = \sqrt{2}(\cos\theta_k + i\sin\theta_k)$, hvor faserne θ_k vælges tilfældigt. Det er en fordel at bruge Fast Fourier Transformation (FFT), og der kan opnås yderligere effektivitet ved at vælge en speciel udgave, der kun at simulere reelle værdier, se Press *et al* (1989). Til Fourier simulation af sammenhængende felter anvender man flerdimensional FFT. Fx kan man simulere vindkomponenten u_j over et tredimensionalt rum ved

$$u_j(\mathbf{x}) = \sqrt{\Delta\omega_1\Delta\omega_2\Delta\omega_3} \sum_{k_1=0}^{M_1-1} \sum_{k_2=0}^{M_2-1} \sum_{k_3=0}^{M_3-1} U_j^{k_1,k_2,k_3} \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}]$$

hvor $\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = k_1\Delta\omega_1x_1 + k_2\Delta\omega_2x_2 + k_3\Delta\omega_3x_3$ og Fourier koefficienterne $U_j^{k_1,k_2,k_3}$ er fordelt over et tredimensionalt bølgetalsrum. Selve Fourier beregningen er mere tidskrævende end i det eendimensionale tilfælde, men til gengæld skal man kun simulere ganske få eller måske bare et enkelt felt, hvorved arbejdet med Choleski faktorisering lettes eller helt forsvinder. Mann (1998) udtrykte sammenhængen for isotrop divergensfri turbulens med tre hastigheds-komponenter (u,v,w) ved spektraltensoren $\Phi_{ij}(\mathbf{k})$, der er en funktion af den tredimensionale bølgetals vektor \mathbf{k} . Ved hjælp af en transformation, der kaldes rapid distortion, blev den simulerede isotrope turbulens omdannet til en turbulens, med en mere realistisk korrelation mellem vandrette og vertikale bevægelser.

E Den valgte simulations metode

De ikke-Gaussiske vindsimuleringerne i dette projekt blev foretaget med det nye PC program iGSIM. Lastberegningerne i kapitel 4 skulle foretages med FLEX4 så det faldt naturligt at vælge en metode meget tæt på FLEX4s normale hjælpeprogram VINDSIM7, der bygger på Veers (1988) metode. Der arbejdes således med et polært net af korrelerede tidsserier, se figur 3.3-1. Turbulensmodellen i iGSIM er præcis den samme som i VINDSIM7, dvs. med Kaimal (1972) spectrum, Davenport (1977) kohærens og uden faseforskydninger så man undgår komplekse krydsspektrene $\chi_{ij}(f)$. Dekompositionen blev foretaget med Choleski faktorisering, og i lighed med VINDSIM7 er der mulighed for at reducere antallet af frekvenser i dekompositionen.

iGSIM organiserer den ønskede sandsynlighedsfordeling $F_T(x)$ som en vektor af samme længde som tidsserierne. Den kan specificeres på en af følgende måder:

1. Man kan indlæse en målt tidsserie som programmet sorterer. Denne tidsserie vil normalt ikke have den ønskede længde, så man må yderligere vælge mellem de muligheder
 - i. at interpolere til det ønskede antal punkter
 - ii. at udnytte tidsseriens statistiske momenter til at udregne et Gram-Charlier fit.
2. Man kan indtaste koefficienterne til et på forhånd kendt Gram-Charlier fit.

3. Man kan grafisk specificere et antal normalfordelinger, som vægtes sammen. Denne mulighed er medtaget for at den interaktive grafik for at give brugeren fornemmelse for sammenhængen mellem fordelings facon og skævhed/kurtosis.
4. Endelig kan man definere en fjerde ordens Hermite transformation ud fra skævhed og kurtosis. Denne mulighed virker kun for det "softening" område i figur C-1.

Med mindre man bruger en empirisk fordeling direkte, udregner iGSIM den akkumulerede sandsynlighedsfordeling ved

$$F_T(x_i) = \frac{i - 1/2}{N} \quad \text{for } i = 1 \dots N$$

hvor $F_T(x)$ er den ønskede sandsynlighedsfordeling og N er længde af tidsserierne. På grund af afrundingsfejl vil momenterne af talrækken x_i afvige en smule fra de ønskede. Af mangel på detailviden arbejder iGSIM med samme sandsynlighedsfordeling i alle punkter. Faktisk viste indledende øvelser, at man godt kan simulere korrelerede tidsserier med forskellige sandsynlighedsfordeling - men kun til en vis grad, idet man ikke samtidig kan forlange meget forskellige fordelinger og høj korrelation.

Metoden bag iGSIM ligner mest Yamazaki-Shinozuka iteration, dvs. at der Fourier transformeres frem og tilbage mellem frekvens- og tidsdomæne mens sandsynlighedsfordeling og spektrum skiftevis korrigeres, se afsnit 3.4. Sandsynligheds-korrektionen er præcis den samme, nemlig en simpel afbildning mellem fordelingen af den midlertidige iteration $F[x(t)]$ og den ønskede sandsynlighedsfunktion $F_T[x]$.

$$x_i^{\text{map}}(t) = F_T^{-1} \{ F_i[x_i(t)] \}$$

Programmet arbejder med to parallelle simuleringer, og man kunne forestille sig at konvergens ville være hurtigere, hvis man kun manipulerede sandsynlighedsfordelingen af det ene sæt tidsserier. Det viser sig imidlertid ikke at være nogen mærkbar fordel, og derfor tilpasser iGSIM sandsynlighedsfordelingen i begge sæt simuleringer. De kan altså begge, hver for sig, bruges i en lastberegning.

Ideen med at have to simuleringer udspringer af af Seong og Peterkas (1997) metode med at kombinere faser fra en skæv proces med amplituder fra et realistisk poserspektrum. I FFT opfattes de to parallelle simuleringer som real og imaginær del af en kompleks variabel. Ved invers FFT må man udnytte nogle symmetrier (Press *et al* 1989). Når man har FFT analyseret den sandsynligheds-korrigerede tidsserie $x_i^{\text{map}}(t)$, regner man baglæns og finder de oprindeligt ukorrelerede variable ζ_j^{map} , hvis faser nu er ændret. Herved forvrænges amplituderne, der derfor må normaliseres ved hjælp af formlen

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(\zeta) \\ \text{Im}(\zeta) \end{bmatrix} = \frac{1}{|\zeta^{\text{map}}|} \begin{bmatrix} \text{Re}(\zeta^{\text{map}}) \\ \text{Im}(\zeta^{\text{map}}) \end{bmatrix}$$

De normaliserede værdier $\zeta_k(f)$ er udgangspunkt for næste iteration.

Tabel E-1: Hovedtræk i iGSIM algoritmen.

0. Definer krydsspektre $\chi_{ij}(f)$ som i VINDSIM7 og fastlæg den ønskede sandsynlighedsfordeling $F_T(x)$
1. Udfør en dobbelt Fourier simulering med tilfældige $\zeta(f)$,
2. Undersøg sandsynlighedsfordelingerne $F_i(x)$ af de foreløbige resultater,
3. Juster sandsynlighedsfordelingerne $x(t) \rightarrow x^{\text{map}}(t)$,
4. Find Fourier transformationen af tidsserierne $x^{\text{map}}(t) \rightarrow X^{\text{map}}(f)$,
5. Find nye stokastiske variable $X^{\text{map}}(f) \rightarrow \zeta^{\text{map}}(f)$ for alle frekvenser,
6. Juster amplituderne, men bevar faserne $\zeta^{\text{map}}(f) \rightarrow \zeta(f)$
7. Gentag fra punkt 1, men med nye værdier af ζ .

Tabel E-1 opsummerer algoritmen bag iGSIM. Forberedelserne og første simulering er stort set som i VINDSIM7 dog uden at lægge hjælpedata på harddisken - det klarer operativ systemmet (Windows) om nødvendigt.

Tabel E-2 giver en oversigt over kravet til hukommelse. Efter første simulering findes fordelingen af de simulerede tidsserier F_i ved at sortere med QUICKSORT hvorefter tidsserierne tilpasses den ønskede sandsynlighedsfordeling F_T . De deformerede tidsserier $x_i^{\text{map}}(n)$ Fourier analyseres med FFT algoritmen, og for hver frekvens bruges Fourier koefficienterne for alle tidsserierne $X_i^{\text{map}}(f)$ til at finde stokastiske uafhængige variable $\zeta_j^{\text{map}}(f)$. Alt dette gøres både for real- og imaginær delen, hvorefter man normaliserede alle ζ værdierne.

Tabel E-2: Krav til dynamisk allokeret hukommelse ved N_P simuleringspunkter, tidsserier af længden N og kohærensregning for N_R frekvenser.

Dynamisk allokeret Hukommelse	Størrelse ved 2 byte Integer og 4 byte Real
Kohærens model	$2 N_P (N_P + 1) N_R$
Simuleringsobjekter	$36 N_P N$
Eksempel	
<ul style="list-style-type: none"> • Syv radiale og tolv azimut stationer, giver $N_P = 85$ tidsserier • Længde af hver tidsserie $N=4096$ • Kohærens beregnes kun for $N_R = 300$ frekvenser <p>⇒ Kohærensmodellen kræver 4.2MB og selve simuleringen yderligere 12.0MB, i alt 16.2MB dynamisk allokeret hukommelse.</p>	

Tabel E-3 viser en analyse af regnetiden. Arbejdet med CHOLESKI faktoriseringen er proportional med antallet af simuleringspunkter i tredje potens $\propto N_P^3$. Når først ligningssystemerne er triangulerede bliver arbejdet med korrelation og dekorrelation af de stokastiske variable kun $\propto N_P^2$. Sorteringen med QUICKSORT og Fourier transformation med FFT er begge $\propto N \log_2(N)$. Eksemplet viser at arbejdet med faktorisering dominerer forberedelsen og øges dramatisk med antallet af simuleringspunkter. Under selve simuleringen ville man forvente at FFT og QUICKSORT var mest tidskrævende, men der er må-

ske andre dele i programmet der også tager tid i denne fase. Konklusionen bliver at det vigtigste er at begrænse antallet af simuleringspunkter.

Tabel E-3: Regnehastighed for delprocesserne af iGSIM.

Programfase	Delopgave	Analyse
Forberedelse	Initiering af diverse objekter, spektral model, kohærens model, etc.	(hurtig)
	Faktorisering af kohærens model (CHOLESKI)	$\propto N_p^3 N_R$
	Ideal sandsynlighedsfordeling (QUICKSORT)	$\propto N \log_2(N)$
Første Simulering	Korelation af stokastiske variable Generering af tidsserier (FFT^{-1})	$\propto N_p^2 N$ $\propto N_p N \log_2(N)$
Hver iteration	Korelation og dekorrelation af variable	$\propto N_p^2 N$
	Match af sandsynlighedsfordeling (QUICKSORT)	$\propto N_p N \log_2(N)$
	Spektral analyse (FFT) og nye tidsserier (FFT^{-1})	$\propto N_p N \log_2(N)$
Eksempel		
Regnetid for $(N_p, N, N_R) = (85, 4096, 300)$ på Pentium II, 233 MHz PC:		
Forberedelser	13 s	$\sim 50\% \propto N_p^3 N_R$
Første simulering	19 s	$\sim 30\% \propto N_p N \log_2(N)$
Hver iteration	36 s	$\sim 30\% \propto N_p N \log_2(N)$

F Udmattelses-laster ved Gaussisk og ikke-Gaussisk turbulens

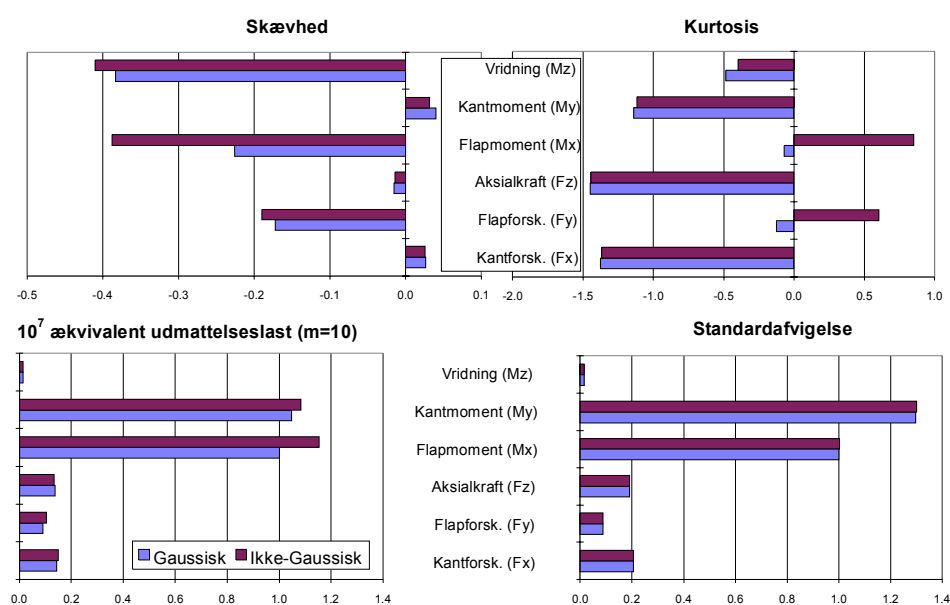
Eksempel med Vestas V39 mølle

Før iGSIM var udviklet blev foretaget der ved hjælp af MathCad® foretaget nogle lastberegninger. Først genereredes et Gaussisk vindfelt, som, ved hjælp af Wintersteins transformation, blev omdannet til et ikke-Gaussisk vindfelt med $(S, K) = (1, 4)$.

Middelvindhastigheden var sat til 12 m/s og turbulens intensiteten til 20%. Lasterne ved vingerod, første hovedleje og tårntop blev dernæst simuleret på baggrund af begge typer vindfelt. Tabel F-1 viser en oversigt over resultaterne. Heraf fremgår, at flap momentet ved vingeroden, samt den aksiale trykkraft og tværkraften på møllen er op til 15 % større for det ikke-Gaussiske end for det Gaussiske vindfelt. Figur F-1 til F-3 viser højere ordens statistiske mål for tids-serierne af de simulerede laster.

Tabel F-1: 10^7 ækvivalent udmattelses last ($m=4$) for $u=12$ m/s, $I=20\%$ beregnet med 3 simuleringer af 300 sek, med Gaussisk og ikke-Gaussisk tubulens (S, K) = (1, 4).

		Kraft [kN]			Moment [kN m]		
		Kant	Flap	Aksial	Flap	Kant	Vridning
Vinge-rod	Gauss	0.144	0.090	0.138	1.000	1.048	0.013
	i-Gauss	0.150	0.103	0.135	1.154	1.083	0.013
	Ændring	4.6	15.2%	-2.6%	15.4%	3.4%	4.0%
1. leje	Gauss	Tværkraft	Thrust	Vertikal	Tilt	Torque	Yaw
	i-Gauss	0.136	0.113	0.170	1.000	0.428	0.924
	Ændring	13.9%	7.6%	14.1%	8.6%	4.4%	7.1%
Tårntop	Gauss	Tværkraft	Thrust	Vertikal	Tilt	Torque	Yaw
	i-Gauss	0.050	0.123	0.137	1.000	0.375	0.908
	Ændring	13.9%	10.1%	14.1%	11.3%	5.9%	9.4%



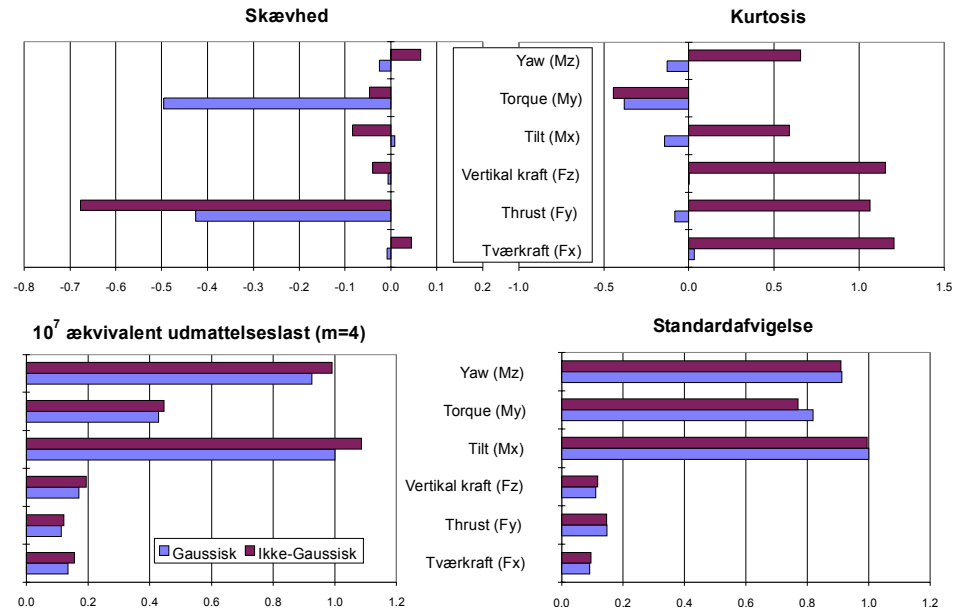
Figur F-1: Normaliserede laster ved vingerod.

G Statistik i databasen

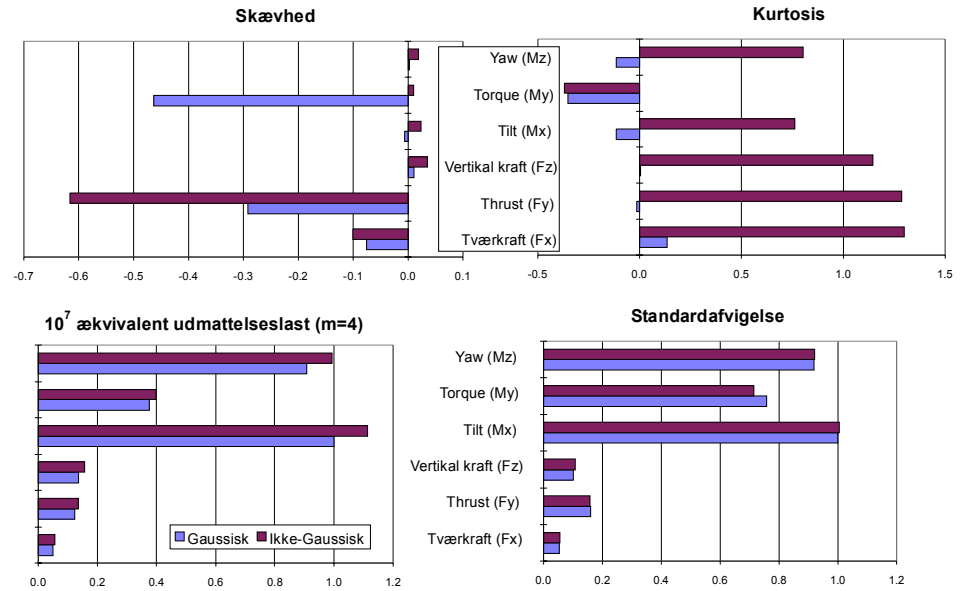
Databasen indeholder en række forud beregnede statistikker. For hvert vindhastigheds signal udregnes der en række centrale momenter:

- middel vindhastighed (1. ordens moment)

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j$$



Figur F-2: Normaliserede laster ved første hovedleje.



Figur F-3: Normaliserede laster ved tårntop.

- standard afvigelse for vind hastighed (2. ordens moment)

$$Var(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2$$

$$\sigma(x_1, \dots, x_N) = \sqrt{Var(x_1, \dots, x_N)}$$

- skævhed af vindhastighedsfordeling (3. ordens moment)

$$Skævhed(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[\frac{x_j - \bar{x}}{\sigma} \right]^3$$

- kurtosis af vindhastighedsfordelingen (4. ordens moment)

$$Kurtosis(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[\frac{x_j - \bar{x}}{\sigma} \right]^4$$

For hvert vindhastigheds signal udregnes vindens acceleration (\bar{x}') og de afledede momenter.:

$$x' = \frac{\partial V}{\partial T}$$

- middelaacceleration \bar{x}'
- standardafvigelse for accelerationen,
- tredje orden moment for accelerationens fordeling,
- fjerde ordens moment for accelerationens fordeling.

H Notation

I de fleste tilfælde fremgår symbolernes betydning af den tilhørende tekst. Her er en oversigt over den tilstræbte notation.

Statistik for den enkelte tidsserie

Middelhastighed	$\mu_u, E\{u\}, \bar{u}$
Spredning på hastighed	σ_u
Turbulens intensitet	$I_u = \sigma_u / \mu_u$
Skævhed af hastighedssignal	S_u
Kurtosis af hastighedssignal	K_u
Middelaacceleration	$\mu_{u'}$
Spredning på acceleration	$\sigma_{u'}$
Intensitet af accelerationssignal	$I_{u'} = \sigma_{u'} / \mu_{u'}$
Skævhed af accelerationssignal	$S_{u'}$
Kurtosis af accelerationssignal	$K_{u'}$

I visse tilfælde går vi et niveau op og beregner varians af middelværdier, middelværdi af varianser og lignende. Dette angives på følgende måde.

Metastatistik

Middelværdi og varians af middelværdier	$\mu_{\mu,u}, \sigma_{\mu,u}$
Middelværdi og varians af varianser	$\mu_{\sigma,u}, \sigma_{\sigma,u}$
Middelværdi og varians af skævheder	$\mu_{S,u}, \sigma_{S,u}$
Middelværdi og varians af kurtosis	$\mu_{K,u}, \sigma_{K,u}$
Middelværdi og varians af middel acceleration	$\mu_{\mu,u'}, \sigma_{\mu,u'}$
Middelværdi og varians af varianser af acceleration	$\mu_{\sigma,u'}, \sigma_{\sigma,u'}$
Middelværdi og varians af skævhed af acceleration	$\mu_{S,u'}, \sigma_{S,u'}$
Middelværdi og varians af kurtosis af acceleration	$\mu_{K,u'}, \sigma_{K,u'}$

Validity of the Assumption of Gaussian Turbulence (In Danish)

Morten Nielsen, Kurt S Hansen and Bo Juul Pedersen

ISBN		ISSN	
87-550-2720-2		0106-2840	
87-550-2721-0(Internet)			
Department or group		Date	
Wind Energy and Atmospheric Processes		July 2000	
Groups own reg. number(s)		Project/contract No(s)	
1105.300-00		ENS-1363/97-0032	
Pages	Tables	Illustrations	References
61	12	39	45

Abstract (max. 2000 characters)

Wind turbines are designed to withstand the impact of turbulent winds, which fluctuations usually are assumed of Gaussian probability distribution. Based on a large number of measurements from many sites, this seems a reasonable assumption in flat homogeneous terrain whereas it may fail in complex terrain. At these sites the wind speed often has a skew distribution with more frequent lulls than gusts. In order to simulate aerodynamic loads, a numerical turbulence simulation method was developed and implemented. This method may simulate multiple time series of variable not necessarily Gaussian distribution without distortion of the spectral distribution or spatial coherence. The simulated time series were used as input to the dynamic-response simulation program Vestas Turbine Simulator (VTS). In this way we simulated the dynamic response of systems exposed to turbulence of either Gaussian or extreme, yet realistic, non-Gaussian probability distribution. Certain loads on turbines with active pitch regulation were enhanced by up to 15% compared to pure Gaussian turbulence. It should, however, be said that the undesired effect depends on the dynamic system, and it might be mitigated by optimisation of the wind turbine regulation system after local turbulence characteristics.

Descriptors INIS/EDB

AERODYNAMICS; COMPLEX TERRAIN; COMPUTERIZED
SIMULATION; FATIGUE; GAUSSIAN PROCESSES; HORIZONTAL AXIS
TURBINES; PROBABILITY; TURBULENCE; WIND LOADS

Available on request from Information Service Department, Risø National Laboratory,
(Afdelingen for Informationsservice, Forskningscenter Risø), P.O.Box 49, DK-4000 Roskilde, Denmark.
Telephone +45 4677 4004, Telefax +45 4677 4013